

## O WRAŻLIWOŚCI SIŁ WEWNĘTRZNYCH W BELKOWYM WIADUKCIE PODWIESZONYM DO ŁUKU NA ZMIANY PARAMETRÓW GEOMETRYCZNYCH KONSTRUKCJI

Wojciech Gilewski, Maciej Kieniewicz, Wojciech Radomski  
Politechnika Warszawska, Warszawa

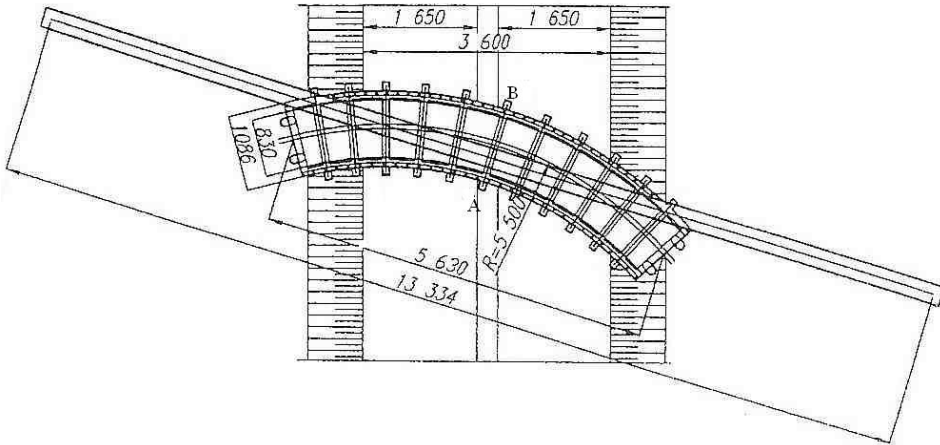
**Streszczenie.** Przedmiotem rozważań jest wiadukt podwieszony do łuku. W trakcie projektowania konstrukcji zauważono, że siły w niektórych linach podwieszenia zmieniają się gwałtownie przy zmianach wzajemnego położenia pomostu i łuku, natomiast w innych linach tak dużych zmian nie obserwowano. Wyjaśnienia tego zjawiska poszukiwano na gruncie teorii wrażliwości. Wykazano, że wrażliwość sił w linach podwieszenia zależy od położenia lin w konstrukcji. W niektórych linach podwieszenia obserwuje się znacznie zwiększoną wrażliwość na nawet niewielkie zmiany parametrów geometrycznych zadania. Oznacza to konieczność zwrócenia szczególnej uwagi na wzajemne relacje parametrów geometrycznych konstrukcji, zarówno w procesie projektowania, jak i przy wykonaniu obiektu.

**Słowa kluczowe:** wrażliwość, most podwieszony, metoda elementów skończonych

### WSTĘP

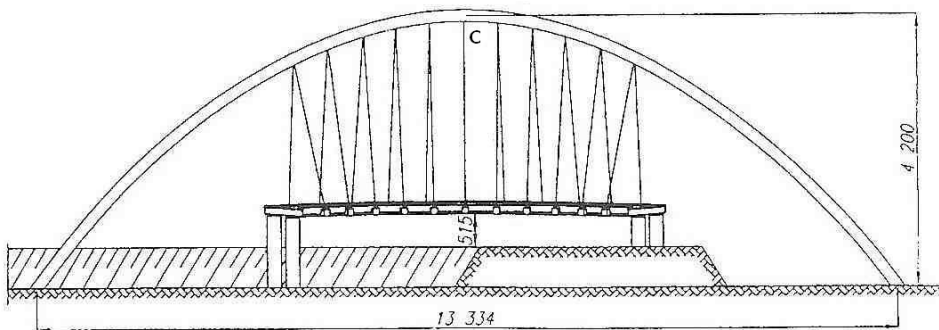
Przedmiotem przedstawionej tu analizy jest wiadukt drogowy zlokalizowany w węźle „Wał Miedzeszyński” Trasy Siekierkowskiej w Warszawie. Wiadukt ten stanowi alternatywne rozwiązanie konstrukcyjne w stosunku do zrealizowanego. Wszystkie parametry geometryczne (np. promień łuku poziomego czy szerokość jezdni) zachowano zgodnie z rzeczywistymi, według Projektu drogowego... [1998]. Genezą powstania wspomnianego projektu alternatywnego było dążenie do nadania węzłowi drogowemu oryginalnych cech konstrukcyjnych i estetycznych, jakie cechują mosty podwieszane [Jarominiak 1997, Biliszczuk 2005).

Widok analizowanego wiaduktu oraz jego podstawowe wymiary pokazano na rysunkach 1 i 2. Pod względem konstrukcyjno-materiałowym wiadukt jest żelbetowym, jed-



Rys. 1. Widok wiaduktu z góry

Fig. 1. Top view of the viaduct

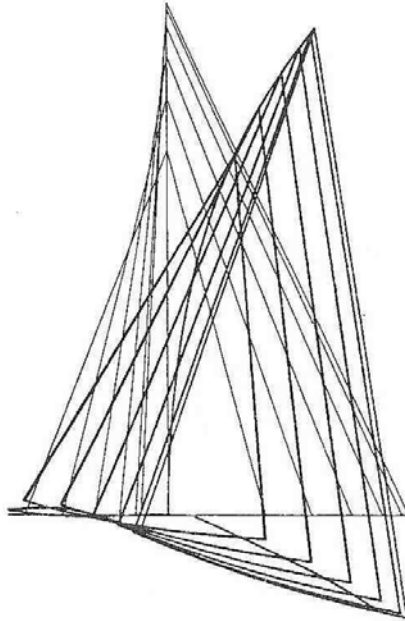


Rys. 2. Widok wiaduktu z boku

Fig. 2. Side view of the viaduct

naprzęsłowym ustrojem belkowym zakrzywionym w planie ( $R = 55$  m), o rozpiętości (wzdłuż cięciwy) równej 56,38 m i podwieszonym za pomocą 11 par wieszaków stalowych do niezależnie posadowionego żelbetowego, bezprzegubowego łuku parabolicznego o wyniosłości 55 m i rozpiętości 133,34 m. Podwieszono do łuku przesło zbudowane jest z dwóch belek głównych i trzynastu poprzecznic oraz z opartej na tych elementach płyty pomostu.

W pierwszej fazie projektowania wzajemne usytuowanie łuku i pomostu przyjęto tak, aby spełnić wszystkie warunki eksploatacyjne, dotyczące przede wszystkim zachowania skrajni ruchu. Obliczenia statyczne wykonane w odniesieniu do wstępnie przyjętego układu geometrycznego „pomost-łuk” wykazały jednak dużą nierównomierność rozkładu sił w wieszakach oraz dość znaczne boczne wychylenie łuku już pod wpływem tylko ciężaru własnego (rys. 3). Przeprowadzono zatem korekty położenia łuku względem niezmiennego położenia pomostu tak, aby wyeliminować wychylenie boczne łuku oraz w możliwym stopniu wyrównać wartości sił w wieszakach. Korekty polegały na kolej-



Rys. 3. Stan przemieszczenia wiaduktu od ciężaru własnego ( $\delta = 0$ )  
 Fig. 3. Displacement of the viaduct caused by self weight ( $\delta = 0$ )

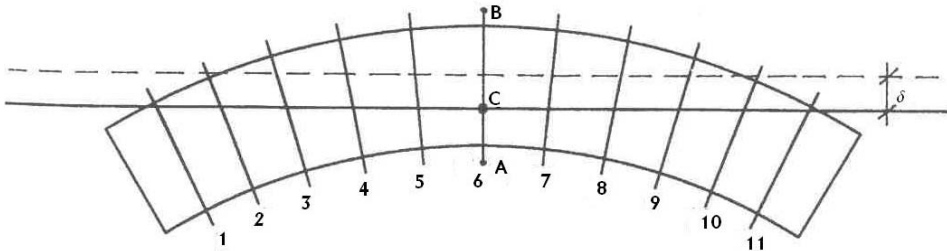
nych zmianach wielkości  $\delta$ , pokazanej na rysunku 4. Obliczenia wykonane w odniesieniu do zmieniających wartości  $\delta$  przyniosły bardzo interesujące i nietawne do intuicyjnego przewidzenia rezultaty. Okazało się bowiem, że siły w niektórych wieszakach zmieniały się w bardzo dużym stopniu w zależności od wielkości  $\delta$ , w innych zaś – stosunkowo nieznacznie. Celem opracowania jest więc przedstawienie analizy wrażliwości sił w wieszakach w zależności od wzajemnego położenia łuku względem pomostu. Celem jest też wskazanie na nierutynową rolę obliczeń statycznych, zwłaszcza w odniesieniu do konstrukcji o skomplikowanym ukształtowaniu.

Zakres opracowania nie obejmuje *sensu stricto* optymalizacji położenia łuku względem pomostu, wyrażonego w funkcji wielkości  $\delta$ . Nie sformułowano bowiem w sposób ścisły kryterium optymalizacji ani jej funkcji celu. Wykonano tylko serię obliczeń, przyjmując różne wartości  $\delta$  i uznając za najlepszą taką wartość  $\delta$ , która prowadzi do wystarczającego pod względem inżynierskim wyrównania sił w wieszakach i nie powoduje boczno wychylenia łuku pod działaniem ciężaru własnego konstrukcji.

## MODEL OBLICZENIOWY KONSTRUKCJI

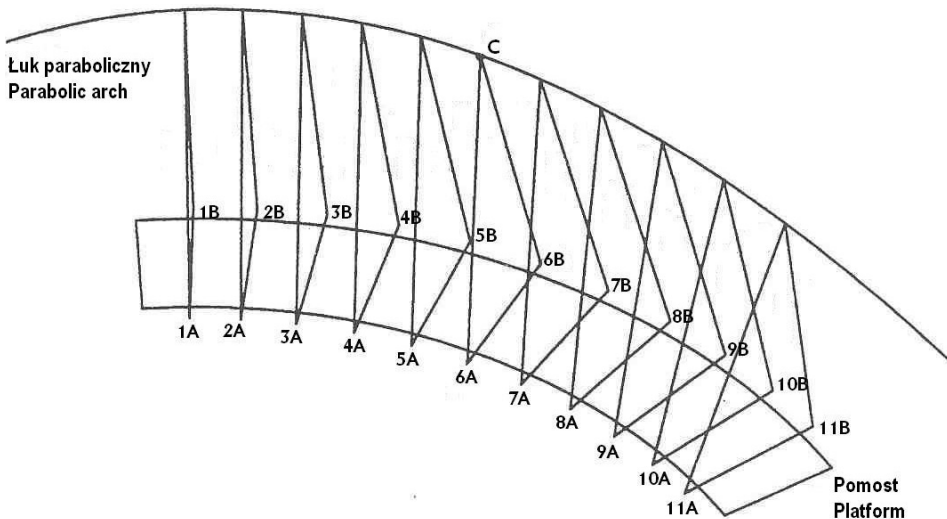
Obliczenia statyczne wiaduktu przeprowadzono metodą elementów skończonych (MES) za pomocą systemu ROBOT 97 wersja 12. Płytę pomostu podzielono na trójkątne, trzywęzłowe elementy skończone połączone z elementami prętowymi rusztu z uwzględnieniem niesymetrycznego położenia belek rusztu względem osi obojętnej płyty. Łuk wsporczy stanowią elementy prętowe połączone z rusztem pomostu za pomocą prę-

tów kratowych które przenoszą tylko rozciąganie. Na rysunku 4 pokazano widok rusztu pomostu z góry, a na rysunku 5 model MES wiaduktu w widoku aksonometrycznym. Na rysunku 4 i 5 zaznaczono numery poprzecznic, do których zamocowane są wieszaki i numery wieszaków.



Rys. 4. Model MES – widok z góry

Fig. 4. FEM model – top view



Rys. 5. Model MES – widok z boku

Fig. 5. FEM model – side view

## WYNIKI BADAŃ – OCENA WRAŻLIWOŚCI SIŁ WEWNĘTRZNYCH NA ZMIANĘ PARAMETRÓW GEOMETRYCZNYCH

Przedmiotem analizy jest model wiaduktu przy zmieniającym się położeniu łuku wspaniętego względem pomostu wiaduktu, wyrażonego za pomocą parametru  $\delta$ . Parametr  $\delta = 0$  oznacza położenie łuku w wersji początkowej. W kolejnych wersjach przesuwno łuk o 2, 3 i 4 metry względem położenia początkowego.

W tabeli 1 przedstawiono wartości przemieszczeń pomostu na osi symetrii oraz łuku wspaniętego w najwyższym punkcie. Punkty A, B i C pokazano na rysunkach 4 i 5. W tabeli 2 zestawiono wartości sił w wieszakach oraz różnice wartości sił w poszczegól-

nych parach wieszaków, zgodnie z numeracją przedstawioną na rysunkach 4 i 5. W procesie projektowania konstrukcji starano się doprowadzić do sytuacji, w której różnice te rozkładają się równomiernie we wszystkich parach wieszaków. Nieznaczny brak symetrii rozkładu sił wynika z niesymetrycznego sposobu podparcia konstrukcji.

Tabela 1. Wartości przemieszczeń pomostu i łuku  
Table 1. Displacements of girder part and arch

Punkty Points	Przemieszczenia Displacements	Wartości przemieszczeń – Displacement value [cm]			
		$\delta = 0$	$\delta = 2 \text{ m}$	$\delta = 3 \text{ m}$	$\delta = 4 \text{ m}$
A	Pionowe – Vertical	2,41	2,64	3,58	4,86
A	Poziome – Horizontal	0,26	0,09	0,02	-0,03
B	Pionowe – Vertical	12,08	5,31	3,65	2,57
B	Poziome – Horizontal	0,26	0,09	0,02	-0,03
C	Pionowe – Vertical	2,95	2,97	3,18	3,25
C	Poziome – Horizontal	17,32	4,72	0,06	4,37

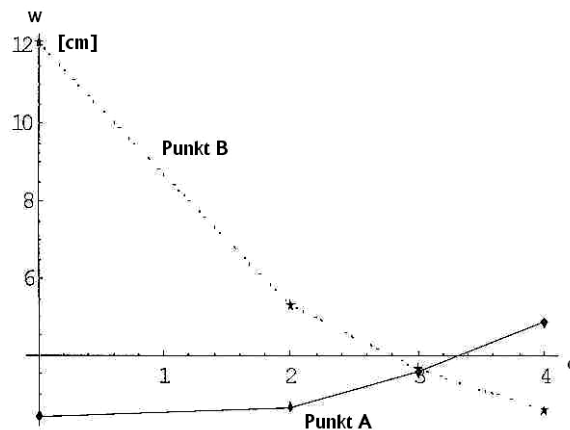
Tabela 2. Wartości sił w wieszakach  
Table 2. Axial forces in suspension rods

Numer pary wieszaków Number of sus- pension rods pair	Numer wieszaka Suspension rod number	Wartości sił – Force values [kN]			
		$\delta = 0$	$\delta = 2 \text{ m}$	$\delta = 3 \text{ m}$	$\delta = 4 \text{ m}$
1	2	3	4	5	6
1	1A	2012,03	1174,34	690,45	209,29
	1B	245,26	673,51	750,62	754,12
	Różnica Difference	1766,77	500,83	-60,17	-544,83
2	2A	699,81	687,59	665,71	636,01
	2B	699,23	672,91	691,94	726,97
	Różnica Difference	0,58	14,68	-26,23	-90,96
3	3A	540,20	623,40	664,46	706,88
	3B	720,61	709,33	720,87	741,38
	Różnica Difference	-180,41	-85,93	-56,41	-35,50
4	4A	630,62	667,08	679,63	694,77
	4B	733,04	757,62	762,23	768,92
	Różnica Difference	-103,00	-90,54	-82,60	-74,15
5	5A	677,14	691,98	687,43	687,99
	5B	764,49	784,96	784,43	784,96
	Różnica Difference	-87,35	-92,98	-95,00	-96,97
6	6A	686,69	698,45	693,47	689,05
	6B	776,29	793,79	791,71	790,87
	Różnica Difference	-89,60	-95,34	-98,24	-101,82

Tabela 2, cd.  
Table 2 cont.

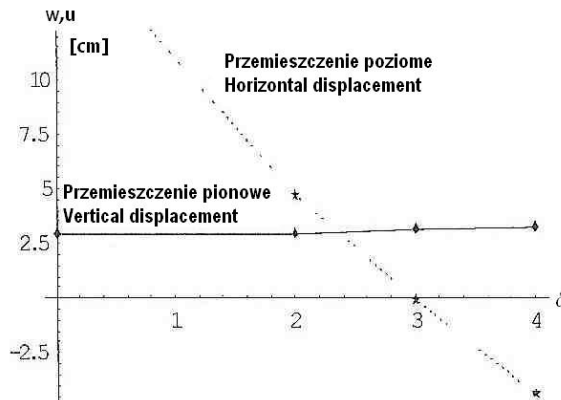
1	2	3	4	5	6
7	7A	675,95	690,53	687,92	686,48
	7B	763,77	784,14	783,58	784,12
	Różnica Difference	-87,82	-93,61	-95,66	-97,64
8	8A	629,47	665,98	678,53	693,67
	8B	730,83	755,66	760,36	767,12
	Różnica Difference	-101,36	-89,68	-81,83	-73,45
9	9A	545,23	630,74	672,58	715,68
	9B	703,00	713,88	725,54	746,12
	Różnica Difference	-157,77	-83,14	-52,96	-30,44
10	10A	709,66	702,35	681,67	652,83
	10B	675,66	681,53	701,38	736,85
	Różnica Difference	34,00	20,82	-19,71	-84,02
11	11A	2010,68	1171,95	688,64	208,32
	11B	262,52	678,56	753,06	756,11
	Różnica Difference	1748,16	493,39	-64,42	-547,79

Na rysunku 6 przedstawiono wykres przemieszczeń pionowych obu krawędzi pomostu w środku rozpiętości przęsła. W wariancie pierwszym przemieszczenia na zewnątrz pomostu były blisko czterokrotnie większe niż po stronie wewnętrznej. Wraz ze zmianą parametru  $\delta$  przemieszczenia na zewnątrz pomostu początkowo gwałtownie maleją, natomiast po stronie wewnętrznej łagodnie rosną, osiągając jednakowe wartości przy parametrze  $\delta$  równym około 3 metry. Obie przedstawione zależności mają charakter wyraźnie nieliniowy.



Rys. 6. Przemieszczenia pionowe krawędzi pomostu w środku rozpiętości  
Fig. 6. Vertical displacement of the middle part of the girder

Na rysunku 7 przedstawiono wykres zależności przemieszczeń poziomych i pionowych punktu szczytowego łuku wsporczego. Przemieszczenie poziome szybko maleje wraz ze zmianą parametru  $\delta$ , przy czym zmiany te mają charakter niemal liniowy. Dla  $\delta = 3$  m przemieszczenie poziome wierzchołka łuku jest równe zero. Przemieszczenie pionowe pozostaje niemal stałe przy zmianach parametru  $\delta$ .



Rys. 7. Przemieszczenia pionowe i poziome punktu szczytowego łuku  
Fig. 7. Vertical and horizontal displacement of the top of the arch

Bardzo interesująca jest analiza sił w poszczególnych wieszakach przy zmianie położenia łuku względem pomostu. Na rysunkach 8–13 przedstawiono wykresy takich zależności w parach wieszaków o numerach od 1 do 6. Analiza wieszaków par o numerach od 11 do 7 prowadzi do analogicznych wniosków jak par od 1 do 5. Para numer 6 znajduje się na osi symetrii konstrukcji.

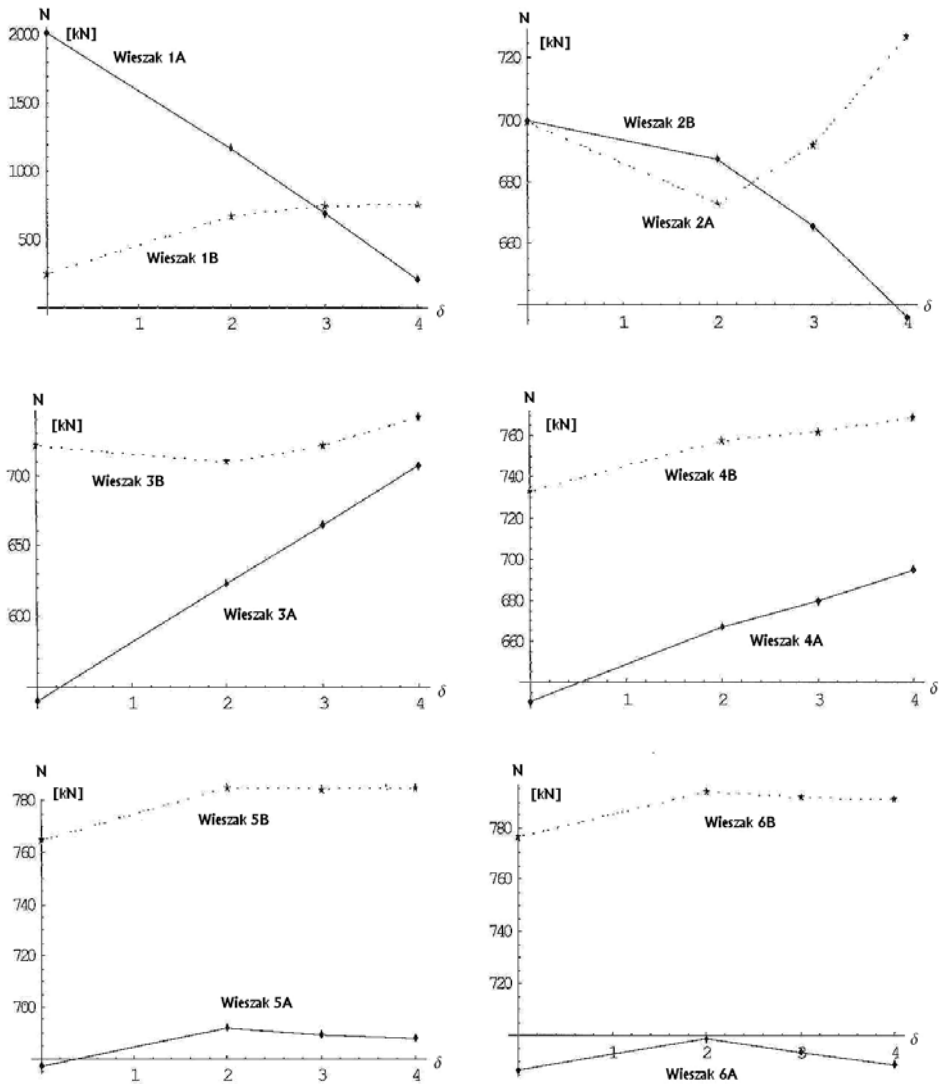
Jak wspomniano we wstępie, przy początkowym położeniu łuku ( $\delta = 0$ ) w pierwszej i ostatniej parze wieszaków otrzymano niepokojącą dysproporcję wartości sił. W innych parach wieszaków tak rażącej dysproporcji nie było. Zjawisko to można wytłumaczyć znacznym bocznym przechylem łuku oraz jego wypiętrzaniem w okolicy zamocowania skrajnych wieszaków.

Zmiana parametru  $\delta$  powodowała jakościowo różne efekty w różnych parach wieszaków. W pierwszej parze wieszaków (rys. 8) zaobserwowano gwałtowny spadek wartości siły w jednym z wieszaków – o niemal liniowym charakterze zmian, przy równoczesnym niewielkim wzroście siły w drugim wieszaku – o nieliniowym charakterze zmian. Siła w wieszaku 1A okazała się bardzo wrażliwa na zmiany parametru  $\delta$ .

Zupełnie inny charakter zmian obserwuje się w wieszakach pary numer 2 (rys. 8). Zmiany mają charakter silnie nieliniowy. Po początkowej niewielkiej różnicy sił w wieszakach (dla  $\delta$  z przedziału od 0 do 3) następuje gwałtowny wzrost tej różnicy.

Jeszcze inny charakter zmian obserwuje się w następnych parach wieszaków. W parze numer 3 (rys. 8) jedna z sił rośnie liniowo, podczas gdy druga pozostaje niemal stała. W parach wieszaków o numerach od 4 do 6 (rys. 8) obserwujemy niewielkie zmiany wartości sił podłużnych w wieszakach, przy zachowaniu niemal stałej różnicy wartości tych sił.

Podobną analizę można przeprowadzić, obserwując różnice sił w poszczególnych parach wieszaków. Przy projektowaniu wiaduktu dążymy do sytuacji, aby siły we wszyst-

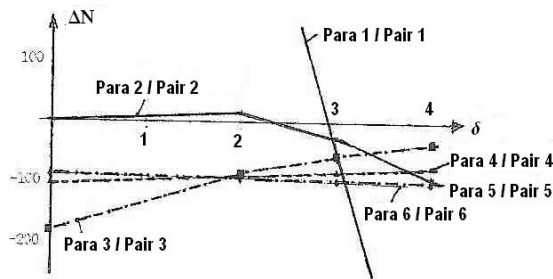


Rys. 8. Siły w wieszakach par nr 1, 2, 3, 4, 5 i 6

Fig. 8. Axial forces in the suspension rods No 1, 2, 3, 4, 5 and 6

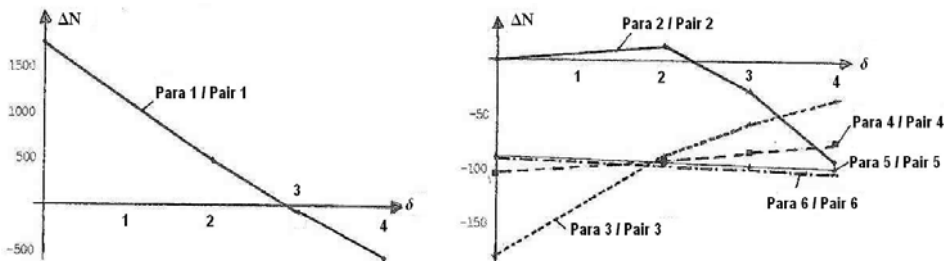
kich wieszakach były w miarę równomierne. Na rysunku 9 widać, że dla pierwszej pary wieszaków wykres nie mieści się w skali dobranej dla następnych par. Dlatego na rysunku 10 przedstawiono oddzielnie różnice sił w pierwszej parze wieszaków i w pozostałych parach. Analiza jakościowa tych wykresów wskazuje, że jedynie dla drugiej pary wieszaków mamy do czynienia z zależnością silnie nieliniową, dla pary numer 3 – z zależnością lekko nieliniową, a dla pozostałych par (włącznie z parą numer 1) – z zależnościami niemal liniowymi.





Rys. 9. Różnice sił we wszystkich parach wieszaków

Fig. 9. Differences between forces in each pair of suspension rods



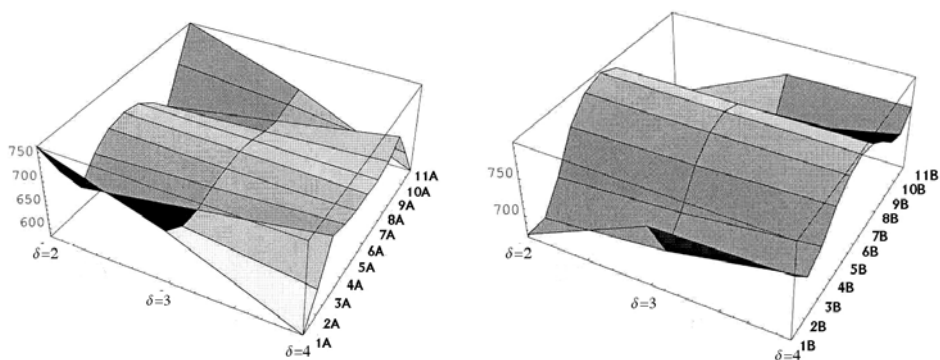
Rys. 10. Różnice sił w parach wieszaków nr 1 oraz nr 2–6

Fig. 10. Differences between forces in the pair No 1 and No 2–6

Jeżeli wykresy na rysunku 8 potraktujemy jako zależności typu  $N(\delta)$ , to wrażliwość sił na zmiany parametru zadania rozumiana jest jako pochodna  $\frac{\partial N}{\partial \delta}$  (Kleiber i in. 1997). W rozważanym przedziale zmienności parametru  $\delta$  obserwujemy zmienność parametru wrażliwości w przedziale od 0 do prawie 500. Przyjmując taką skalę porównawczą, można powiedzieć, że:

- pary wieszaków o numerach 4, 5, 6 oraz wieszak 3B pary numer 3 są niemal nieczułe na zmiany parametru  $\delta$  (wrażliwość mniejsza niż 20),
- para wieszaków numer 2 jest nieco bardziej wrażliwa (wrażliwość od 6 do 35),
- wieszak 3A pary numer 3 ma wrażliwość niemal dwukrotnie większą od wyżej wymienionych (od 40 do 80),
- najbardziej wrażliwa jest para wieszaków numer 1,
- wieszak 1B tej pary ma dużą wrażliwość (rzędu 200) dla parametrów  $\delta$  z przedziału od 0 do 2, po czym wrażliwość tego wieszaka maleje niemal do 0,
- wieszak 1A jest najbardziej wrażliwy (wrażliwość od 420 do 480) w całym rozważanym przedziale zmienności parametru  $\delta$ , wrażliwość wieszaka 1A jest około 200 razy większa niż wieszaków z wewnętrznej części wiaduktu.

Przeanalizujmy na koniec rozkład sił w wieszakach od strony wklęsłej łuku pomostu (strona A) i od strony wypukłej łuku pomostu (strona B) w zakresie parametru projektowego  $\delta$  od 2 do 4 metrów (rys. 11). Przyjmując  $\delta$  około 3 m, otrzymujemy niemal równomierny rozkład sił w wieszakach od strony wewnętrznej łuku pomostu. Nieco większe zróżnicowanie rozkładu sił obserwujemy od strony wypukłej łuku pomostu. Rozkładu bardziej równomiernego spodziewać się można przy parametrze  $\delta$  większym od 4 m.



Rys. 11. Rozkład sił we wszystkich wieszakach od strony A i B  
 Fig. 11. Distribution of forces in suspension rods on side A and B

## PODSUMOWANIE

W pracy przeanalizowano wrażliwość sił podłużnych w wieszakach wiaduktu na zmiany wzajemnego położenia łuku wsporczego i pomostu. Wrażliwość ta jest bardzo zróżnicowana. Wieszaki w skrajnych parach są kilkasetkrotnie bardziej wrażliwe od wieszaków w środkowej części wiaduktu. Oznacza to konieczność zwrócenia szczególnej uwagi na wzajemne relacje parametrów geometrycznych konstrukcji zarówno w procesie projektowania, jak i przy wykonaniu obiektu.

## PIŚMIENNICTWO

- Biliszczyk J., 2005. Mosty podwieszane. Arkady, Warszawa.  
 Jarominiak A., 1997. Mosty podwieszane. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.  
 Kleiber M. i inni, 1997. Parameter sensitivity in nonlinear mechanics. Wiley, New York.  
 Projekt drogowy węzła "Wał Miedzeszyński", 1998. Transprojekt Gdańsk, Gdańsk.

## ON SENSITIVITY ANALYSIS OF INTERNAL FORCES IN BEAM VIADUCT SUSPENDED TO ARCH ON CHANGES OF GEOMETRICAL PARAMETERS OF THE STRUCTURE

**Abstract.** The subject of interest is a girder bridge suspended to the arch. As it was recognised during design, the internal forces in some of suspension rods are changing rapidly with a change of selected geometrical parameters of the structure. The sensitivity analysis of axial forces in all suspension rods depending on location of the arch with respect to the girder part of the bridge is performed.

**Key words:** sensitivity, suspended bridge, finite element method