

ANALIZA WPLYWU WZMOCNIENIA KONSTRUKCJI MOSTOWEJ NA JEJ STAN GRANICZNY

Rafał Kamiński, Krystyna Spychalska, Mykhaylo Delyavskyy
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy

Streszczenie. W pracy rozpatruje się konstrukcję mostową złożoną z płyty betonowej połączonej z węzłami pasa dolnego kratownicy przestrzennej. Konstrukcja jest podparta na sztywno w odległości 30 m. Analizuje się wpływ różnego rodzaju wzmocnień pomostu konstrukcji na nośność graniczną jej części kratowej. Rozwiązanie otrzymano metodą elementów skończonych, wykorzystując program Cosmos.

Słowa kluczowe: konstrukcja mostowa, kratownica przestrzenna, wzmocnienie konstrukcji

WSTĘP

W ostatnich latach wiele konstrukcji mostowych wymaga naprawy lub wzmocnienia, co jest spowodowane m.in. zwiększeniem intensywności ruchu, podwyższeniem klasy obciążenia mostu, a także uszkodzeniami mechanicznymi, nagromadzeniem uszkodzeń zmęczeniowych, korozją materiału [Szelągowski 1966, Łagoda 2005, Zobel 2005]. W celu zachowania bezpieczeństwa pracy konstrukcji płytę mostową zwykle wzmacnia się prętami, rusztem, podklejaniem warstw, dospawaniem płaskowników w elementach rozciąganych kratownic itd.

Do nowoczesnych metod wzmocnienia konstrukcji mostowych należy podklejanie dodatkowego zbrojenia w postaci taśm, mat i warstw z materiałów włókno-kompozytowych FRP (Fiber Reinforced Polymer).

Szerokie stosowanie materiałów włókno-kompozytowych do wzmocnienia konstrukcji mostowych [Datoo 1991, Hull i Clyne 1996] uzasadnione jest tym, że materiały te są lekkie i cienkie, przez co prawie nie zmieniają ani wymiarów konstrukcji, ani jej ciężaru własnego, zachowują odporność korozyjną i odporność na przepływ ciepła, posiadają dużą wytrzymałość na rozciąganie i zmęczenie.

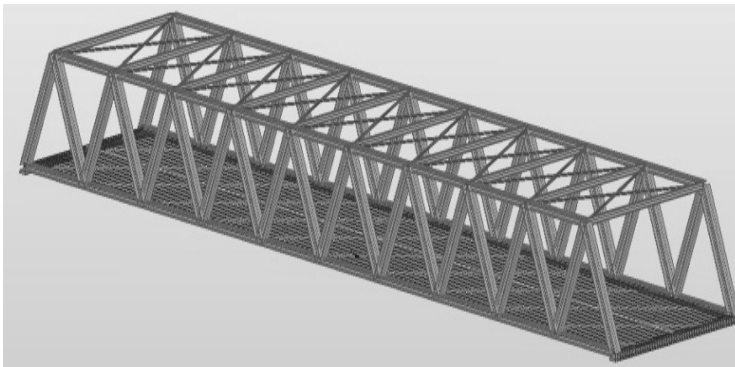
Wzmocnienie konstrukcji materiałami FRP pozwala jednocześnie zmniejszyć ciężar własny konstrukcji przez zmniejszenie grubości płyty nośnej. Podklejanie taśm, mat

czy warstw do belek, płyty lub słupów nie wymaga w zasadzie przerywania eksploatacji obiektu, co jest konieczne w przypadku wzmocnienia konstrukcji elementami stalowymi. Jako zbrojenie włóknami najczęściej stosowane są włókna węglowe, które charakteryzują się mniejszym ciężarem w porównaniu z włóknami szklanymi (a tym bardziej z elementami stalowymi) oraz dużą wytrzymałością na rozciąganie (2100–3900 MPa). Moduł sprężystości włókien węglowych zmienia się w przedziale 50–700 GPa [Szelągowski 1966]. Materiały kompozytowe z włókien węglowych cechują się anizotropią własności mechanicznych.

SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Celem pracy jest analiza wpływu różnego rodzaju wzmocnienia pomostu na nośność graniczną mostowej konstrukcji kratowej.

Rozważa się pewien typ konstrukcji mostowej (rys. 1) złożonej z płyty (pomostu) i kratownicy przestrzennej. Zakłada się, że na krawędziach poprzecznych płyty obie części konstrukcji są połączone sprężystie tylko w węzłach pasa dolnego kratownicy. Na krawędziach podłużnych płyta jest sztywnie zamocowana do przyczółków.

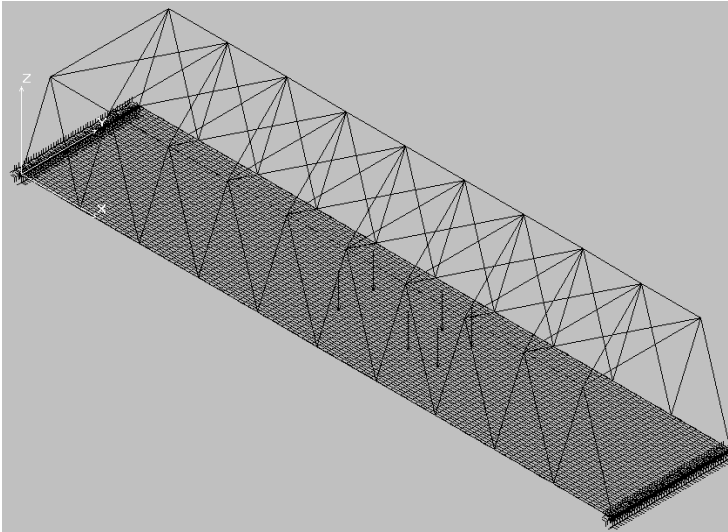


Rys. 1. Schemat ogólny konstrukcji mostowej
Fig. 1. General scheme of bridged construction

W celu rozwiązania konstrukcji mostowej wybrano układ współrzędnych $Oxyz$ (wspólny dla płyty i kratownicy) w lewym dolnym narożniku płyty. Oś Oz skierowano ku górze, a osie Ox i Oy rozmieszczono w płaszczyźnie płyty, jak pokazano na rysunku 2.

Płyta ma wymiary w rzucie 30×6 m i grubość $h = 0,2$ m, a kratownica wysokości $H = 5$ m złożona jest z 78 prętów stalowych. Kształty prętów pasa górnego, dolnego i krzyżulców stanowią profile HEB-300. Pasy górne połączone dziesięcioma kształtownikami IPE-300 i stężono za pomocą 18 krzyżulców o profilu IPE-100. Ogólna liczba prętów kratownicy równa się 106. Pręty wykonane są ze stali o module Younga $E_s = 2,05 \cdot 10^8$ kPa i współczynnika Poissona $\nu_s = 0,3$.

Konstrukcja jest obciążona ciężarem własnym oraz ciężarem użytkowym w postaci ruchomego układu sześciu sił skupionych, modelujących obciążenie kół pojazdu na jezdnię (rys. 2).



Rys. 2. Schemat obciążenia konstrukcji mostowej pojazdem ruchomym
 Fig. 2. Scheme of bridged construction loaded with rollin stock

Rozstaw kół pojazdu wynosi 1,75 m; odległość między tylną a środkową osią wynosi 3,5 m, a między środkową i przednią osią – 1,5 m. Przyjęto wartości wszystkich sił zewnętrznych po 60 kN, a sił wewnętrznych – po 30 kN.

OCENA STANU GRANICZNEGO KONSTRUKCJI MOSTOWEJ Z PŁYTĄ BETONOWĄ NIEWZMOCNIONĄ

Pod obciążeniem ruchomym ugięcie płyty mostowej przyjmuje różne wartości, zależnie od położenia obciążenia. Przekrój pomostu, w którym ugięcie osiąga wartości maksymalne, nazwano przekrojem „ekstremalnym”. Położenie tego przekroju, a jest to przekrój odległy o 13,75 m od podpory lewej, określono za pomocą linii wpływu ugięcia płyty sporządzanej w systemie Robot Millennium [System Robot Millenium 2003], bez uwzględnienia ciężaru własnego konstrukcji.

Do rozważań wybrano najniekorzystniejszy rodzaj konstrukcji pomostu, czyli przypadek płyty betonowej niewzmocnionej. Taki właśnie wybór pozwala przeprowadzić analizę wpływu różnego rodzaju wzmocnienia pomostu na stan nośności granicznej wybranego typu konstrukcji.

W obliczeniach przyjęto beton klasy B30 o module Younga $E_b = 2,7 \cdot 10^7$ kPa i współczynnika Poissona $\nu_b = 0,167$. Przyjęto równomierny rozstaw węzłów dolnego pasa kratownicy, z krokiem co trzy metry. Wartości ugięć różnych punktów płyty od położenia obciążenia ruchomego przyłożonego do górnej powierzchni płyty, z krokiem 0,25 m, podane są w tabeli 1.

W kolumnach x podane są odległości (w m) położenia obciążenia odliczane od podpory lewej, a w kolumnach w wartości ugięć płyty w rozważanym przekroju, wyrażone w 10^{-2} m. Wyniki uzyskano bez uwzględnienia ciężaru własnego konstrukcji.

Tabela 1. Wartości ugięcia płyty betonowej od obciążenia ruchomego bez uwzględnienia ciężaru własnego konstrukcji

Table 1. Values of sag of concrete plate according to moving load without consideration of own weight

x	$w(x, y)$	x	$w(x, y)$	x	$w(x, y)$	X	$w(x, y)$	X	$w(x, y)$
0,00	-0,042	0,25	-0,045	0,50	-0,048	0,75	-0,052	1,00	-0,056
1,25	-0,060	1,50	-0,064	1,75	-0,069	2,00	-0,073	2,25	-0,078
2,50	-0,083	2,75	-0,088	3,00	-0,093	3,25	-0,098	3,50	-0,104
3,75	-0,109	4,00	-0,114	4,25	-0,120	4,50	-0,126	4,75	-0,132
5,00	-0,138	5,25	-0,145	5,50	-0,152	5,75	-0,159	6,00	-0,166
6,25	-0,174	6,50	-0,182	6,75	-0,191	7,00	-0,201	7,25	-0,211
7,50	-0,222	7,75	-0,233	8,00	-0,246	8,25	-0,259	8,50	-0,273
8,75	-0,289	9,00	-0,305	9,25	-0,323	9,50	-0,342	9,75	-0,362
10,00	-0,383	10,25	-0,406	10,5	-0,430	10,8	-0,455	11,0	-0,481
11,25	-0,507	11,50	-0,533	11,75	-0,559	12,0	-0,584	12,25	-0,607
12,50	-0,627	12,75	-0,644	13,0	-0,656	13,25	-0,664	13,5	-0,669
13,75	<u>-0,671</u>	14,00	-0,670	14,25	-0,667	14,50	-0,662	14,75	-0,655
15,00	-0,648	15,25	-0,640	15,50	-0,633	15,75	-0,626	16,00	-0,619
16,25	-0,613	16,50	-0,608	16,75	-0,602	17,00	-0,595	17,25	-0,587
17,50	-0,576	17,75	-0,563	18,00	-0,546	18,25	-0,525	18,50	-0,502
18,75	-0,478	19,00	-0,453	19,25	-0,427	19,50	-0,402	19,75	-0,377
20,00	-0,352	20,25	-0,329	20,50	-0,306	20,75	-0,284	21,00	-0,264
21,25	-0,244	21,50	-0,226	21,75	-0,208	22,00	-0,198	22,25	-0,176
22,50	-0,162	22,75	-0,148	23,00	-0,135	23,25	-0,123	23,50	-0,112
23,75	-0,101	24,00	-0,092	24,25	-0,083	24,50	-0,075	24,75	-0,068
25,00	-0,061	25,25	-0,055	25,50	-0,050	25,75	-0,045	26,00	-0,041
26,25	-0,036	26,50	-0,033	26,75	-0,029	27,00	-0,025	27,25	-0,022
27,50	-0,019	27,75	-0,016	28,00	-0,013	28,25	-0,010	28,50	-0,008
28,75	-0,006	29,00	-0,004	29,25	-0,002	29,50	-0,001	29,75	-0,000
30,00	-0,000								

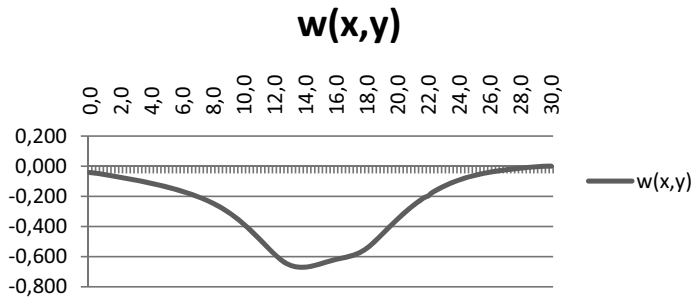
Ugięcie płyty osiąga wartość maksymalną w zaznaczonym przekroju i zbliża się do zera ($-0,042 \cdot 10^{-2}$ m) przy położeniu dwóch sił (60 kN) na podporze i 4 sił (2×30 kN oraz 2×60 kN) na płycie.

Maksymalną wartość ugięcia ($w_{\max} = -0,0067$ m) otrzymano w punkcie płyty o współrzędnych $x = 13,75$ m, $y = 3,00$ m, $z = 0,00$ m, przy położeniu dwóch sił pojazdu 2×60 kN (koniec pojazdu) ustawionych w przekroju ekstremalnym. Minimalne ugięcie ($w_{\min} = -0,0045$ m) różni się od maksymalnego prawie 16-krotnie. W tabeli 1 wartość ta jest podkreślona. Natomiast maksymalne ugięcie samej płyty betonowej, wyodrębnionej z konstrukcji, jest 660 razy większe i wynosi 4,428 m.

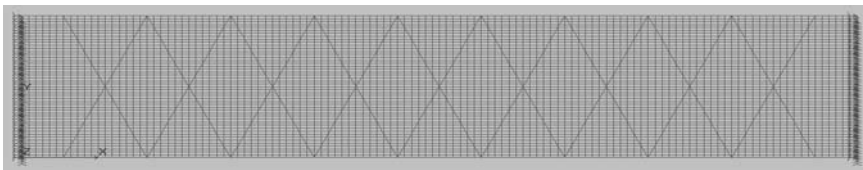
Na rysunku 3 podano wykres zmiany ugięcia $w \cdot 10^2$ [m] w przekroju ekstremalnym płyty, sporządzony na podstawie danych zamieszczonych w tabeli 1.

Podane wyniki uzyskano metodą elementów skończonych w systemie Cosmos [Cosmos 2003]. Dla płyty zastosowano prostokątne powłokowe elementy skończone, natomiast dla kratownicy elementy prętowe (rys. 4). Kratownica przestrzenna została opisana 106 elementami. W celu oceny dokładności rozwiązania dokonano podziału płyty równomierną siatką elementów o wymiarach: $0,125 \times 0,50$ m dla pierwszego podziału, $0,125 \times 0,25$ m, dla drugiego podziału i $0,0625 \times 0,125$ m dla trzeciego podziału.

Pierwszy podział zawierał 2880 elementów powłokowych: 60 elementów krawędziowych wzdłuż płyty i 48 elementów w kierunku poprzecznym. Przy następnych podzia-



Rys. 3. Zmiana ugięcia płyty w przekroju ekstremalnym od obciążenia ruchomego
 Fig. 3. The change sag of plate at extreme cross section according to moving load



Rys. 4. Podział konstrukcji na elementy skończone, rzut na płaszczyznę xy
 Fig. 4. Division of construction with finite elements

łach liczba elementów prętowych nie ulegała zmianie, natomiast płyta została podzielona odpowiednio na 5760 i 23 040 elementy.

W kolejnej analizie rozważa się płytę mostową pod obciążeniem statycznym przyłożonym tylko w przekroju „ekstremalnym”.

W tabeli 2 zamieszczone są maksymalne wartości ugięć (m) oddzielnych węzłów płyty z uwzględnieniem ciężaru własnego konstrukcji, łączącego ciężar właściwy betonu ($\gamma_b = 25 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$) i stali ($\gamma_s = 78,5 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$). W kolumnach 1, 3, 5, 7 podano numery węzłów i ich współrzędne (m), a w kolumnach 2, 4, 6, 8 wartości ugięcia (m) płyty.

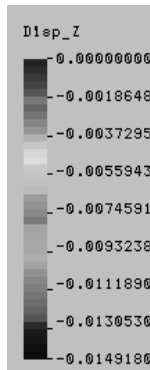
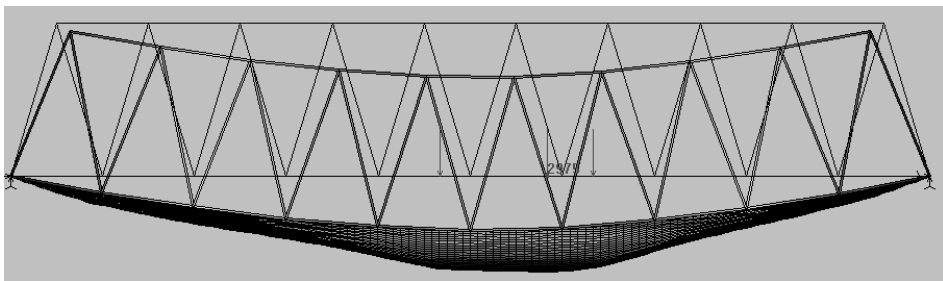
W części środkowej płyty ugięcie jest stałe. Wynika stąd, że przyłożone obciążenie nie wywołuje deplanacji płyty betonowej w konstrukcji mostowej. Ciężar własny zwiększa maksymalne ugięcie płyty mostowej o 122%. Ugięcie płyty osiąga maksymalną wartość w węzłach znajdujących się w pobliżu punktu płyty o współrzędnych $x = 17,5 \text{ m}$, $y = 3,0 \text{ m}$. Wartość ta wynosi $w_{\max} = -0,0149 \text{ m}$. Wyniki uzyskane dla trzeciego podziału różnią się od poprzedniego o 15%.

Na rysunku 5 przedstawiono konstrukcję odkształconą (w płaszczyźnie xz) pod ciężarem własnym i użytkowym statycznym. Jeżeli ugięcie pomostu nie przekracza $1/300$ jego rozpiętości ($w \leq 1/300 L$), to według normy PN-90/B-03200 (punkt 3.3.2) konstrukcja mostowa może pracować w stanie bezpiecznym. W rozważanym przykładzie $L = 30 \text{ m}$, czyli wartość ugięcia nie może przekroczyć $0,1 \text{ m}$. Widać stąd, że nawet dla płyty betonowej w konstrukcji mostowej warunek ten jest spełniony.

Ocenimy teraz nośność graniczną rozważanej konstrukcji według kryterium statycznego Tsai-Wu. W tym kryterium zakłada się, że konstrukcja będzie pracowała w stanie bezpiecznym, jeśli wartość wskaźnika Tsai-Wu (FI) spełnia nierówność:

Tabela 2. Maksymalne wartości ugięć płyty betonowej niewzmocnionej
 Table 2. Maximal values of sags of unreinforced concrete plate

Węzeł Współrzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współrzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współrzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współrzędne Node Coordinate	$w(x,y)$
2975 $x = 17,50$ $y = 3,00$	-0,0149	3095 $x = 17,25$ $y = 3,13$	-0,0149	3094 $x = 17,00$ $y = 3,13$	-0,0149	2972 $x = 16,75$ $y = 3,00$	-0,0149
2974 $x = 17,25$ $y = 3,00$	-0,0149	2853 $x = 17,25$ $y = 2,88$	-0,0149	2852 $x = 17,00$ $y = 2,88$	-0,0149	3093 $x = 16,75$ $y = 3,13$	-0,0149
3096 $x = 17,50$ $y = 3,13$	-0,0149	2973 $x = 17,00$ $y = 3,00$	-0,0149	3097 $x = 17,75$ $y = 3,13$	-0,0149	2851 $x = 16,75$ $y = 2,88$	-0,0149
2854 $x = 17,50$ $y = 2,88$	-0,0149	2976 $x = 17,25$ $y = 3,00$	-0,0149	2855 $x = 17,75$ $y = 2,88$	-0,0149	2733 $x = 17,50$ $y = 2,75$	-0,0149



Rys. 5. Mapa odkształconej konstrukcji w płaszczyźnie xz
 Fig. 5. The map of deformed construction at the plane xz

$$FI = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \leq 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

gdzie σ_i, σ_j są składowymi tensora naprężeń, a F_i, F_{ij} – tensorami wytrzymałości materiału.

Osiągnięcie równości w zależności (1) oznacza wystąpienie stanu granicznego konstrukcji. Przeprowadzone obliczenia wykazują, że wartości wskaźnika (FI) na górnej i dolnej powierzchni płyty betonowej są odpowiednio równe 12 i 5, więc według kryte-

rium (*FI*) płyta mostowa betonowa pod danym obciążeniem ulega zniszczeniu. Natomiast maksymalne naprężenia ściskające ($\sigma_{\max} = -48\,500,03516$ kPa) w prętach pasa górnego kratownicy oraz maksymalne naprężenia rozciągające ($\sigma_{\max} = 42\,701,10930$ kPa) w krzyżulcach kratownicy są istotnie mniejsze od wartości dopuszczalnej $[\sigma] = 400$ MPa. Tylko w stężeniach kratownicy naprężenia przekroczą normę dopuszczalną. Dlatego w dalszych rozważaniach zmieniono profil krzyżulców na IPE-120.

ANALIZA WZMOCNIENIA PŁYTY BETONOWEJ

Rozważmy najpierw płytę betonową wzmocnioną dwiema rodzinami prętów stalowych o średnicy $d = 0,012$ m, ułożonych krzyżowo, w jednakowej odległości 0,25 m od górnej i dolnej powierzchni płyty. W ten sposób otrzymamy inny model konstrukcji, w której pomostem jest płyta żelbetowa uzbrojona czterema rodzinami prętów, ułożonych krzyżowo (dwa po dwa), symetrycznie względem środkowej powierzchni płyty. W modelu obliczeniowym żelbet potraktowano jako materiał jednorodny ortotropowy. Przy obliczeniach wprowadzono zastępczą sztywność żelbetu na rozciąganie, według wzoru [Huber 1914, Sokołowski 1957]:

$$E_1 = E_2 = E = E_b + E_s \frac{12}{h^2} \frac{\mu}{1 + \eta\mu} e^2 \quad (2)$$

We wzorze (2) E_b , E_s są modułami Younga odpowiednio dla betonu i stali; μ oznacza objętościowy udział prętów; e – odległość płaszczyzny rozmieszczenia prętów od płaszczyzny środkowej płyty; $n = E_s/E_b$. W obliczeniach przyjęto: $\mu = 0,025$, $e = 0,07$ m. W takim razie moduł Younga dla żelbetu w kierunku uzbrojenia wynosi $E = 3,967 \cdot 10^7$ kPa.

W tabeli 3 zamieszczone maksymalne wartości ugięć płyty żelbetowej (wiersz dolny) i płyty betonowej (wiersz górny) w konstrukcji mostowej. Aby ocenić wpływ zagęszczenia siatki podziału, wyniki zestawiono dla trzech różnych podziałów płyty na elementy skończone (kolumny I, II, III).

Tabela 3. Porównania maksymalnych ugięć płyty betonowej i żelbetowej
Table 3. Comparison of maximal sags of concrete and reinforced concrete plates

Wyszczególnienie Specification	I	II	III
Beton Concrete	$w_{\max} = -0,01439$ m	$w_{\max} = -0,01492$ m	$w_{\max} = -0,01571$ m
Żelbet Reinforced concrete	$w_{\max} = -0,01263$ m	$w_{\max} = -0,01294$ m	$w_{\max} = -0,01233$ m

Zagęszczenie siatki podziału spowodowało, że ugięcie płyty mostowej wzrasta i zbliża się do kresu górnego, który przyjmuje się jako ugięcie rzeczywiste.

Z porównania rezultatów zamieszczonych w tabeli wynika, że ugięcie płyty żelbetowej jest o 12% mniejsze od ugięcia takiej samej płyty betonowej.

Rozbieżność między drugim a trzecim przybliżeniem nie przekracza 9% dla płyty betonowej i 2,3% dla płyty żelbetowej. Z tego wynika, że dla płyty żelbetowej rezultaty uzyskane przy pierwszym podziale można przyjąć jako zadowalające.

Maksymalna wartość wskaźnika Tsai-Wu równa się $FI = 0,7179$ na górnej oraz $FI = -0,6256$ na dolnej powierzchni płyty żelbetowej. W takim razie konstrukcja mostowa z pomostem żelbetowym może pracować bezpiecznie przy danym obciążeniu.

Rozpatrzmy teraz płytę betonową wzmocnioną sześcioma poprzecznikami (po 6 m każda), ułożonymi równomiernie na długości płyty. W tym przypadku pomost modelujemy jako płytę betonową uźebrowaną. Przeprowadzone badania wykazały, że maksymalne ugięcie ($w_{\max} = -0,012125$ m) płyty betonowej wzmocnionej w taki sposób jest tylko o 6% mniejsze od maksymalnego ugięcia ($w_{\max} = -0,012835$ m) płyty nieźebrowanej. Dodatkowe wprowadzenie pręta podłużnego zwiększa ugięcie konstrukcji.

Innym sposobem wzmocnienia pomostu jest równomierne podklejenie płyty betonowej taśmami węglowo-epoksydowymi (CFRP – Carbon Fiber Reinforced Polymer) o grubości 0,0014 m.

Moduł sprężystości takiego kompozytu wzdłuż włókien wynosi $E_l = 2,8 \cdot 10^8$ kPa, a w kierunku poprzecznym $1,08 \cdot 10^7$ kPa. Sztywność na ścinanie wynosi $7,1 \cdot 10^6$ kPa, a ciężar własny jest równy $18 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$.

W rozważanym przypadku modelem pomostu jest płyta warstwowa złożona z górnej warstwy betonowej i czterech warstw węglowo-epoksydowych. Do analizy takiej płyty zastosowano pięciowarstwowe elementy skończone w liczbie 5760.

W tabeli 4 podano maksymalne wartości ugięcia płyty betonowej, wzmocnionej krzyżowo dwiema warstwami kompozytowymi. Wyniki uzyskano dla trzech sposobów podziału płyty siatką elementów skończonych (I, II, III).

Tabela 4. Maksymalne ugięcia płyty betonowej wzmocnionej krzyżowo dwiema warstwami węglowymi

Table 4. Maximal sags of concrete plate cross reinforced with two carbon layers

I	II	III
$w_{\max} = -0,01387$ m	$w_{\max} = -0,01437$ m	$w_{\max} = -0,01509$ m

Przy zagęszczeniu siatki podziału płyty jej ugięcie wolno rośnie i zbliża się do wartości stałej. Różnica między drugim a trzecim przybliżeniem nie przekracza 5%.

Przeanalizowano różne warianty podklejenia płyty czterema warstwami kompozytowymi, a mianowicie: cztery warstwy ułożone w kierunku podłużnym, warstwy ułożone krzyżowo (dwie po dwie) w osiach symetrii geometrycznej, warstwy następujące kolejno oraz wszystkie warstwy ułożone poprzecznie. W rezultacie uzyskano następujące wyniki: gdy wszystkie warstwy ułożono w kierunku podłużnym ($0^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ$), to $w_{\max} = -0,01469$ m. Ten sposób wzmocnienia okazuje się najniekorzystniejszy. Dla warstw ułożonych krzyżowo ($0^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ$) maksymalna wartość ugięcia wynosi $w_{\max} = -0,014015$ m, dla struktury ($0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$) $w_{\max} = -0,014007$ m. Najbardziej efektywna okazała się poprzeczna orientacja warstw ($w_{\max} = -0,012835$ m). Przy takim ułożeniu warstw ugięcie płyty zmniejsza się o 25% w porównaniu z płytą betonową niepodklejoną. Dla tej struktury w tabeli 5 podano maksymalne wartości ugięć w różnych węzłach płyty. W pierwszych kolumnach podano numery węzłów i ich współrzędne, a w kolumnach następnym – wartości ugięć płyty.

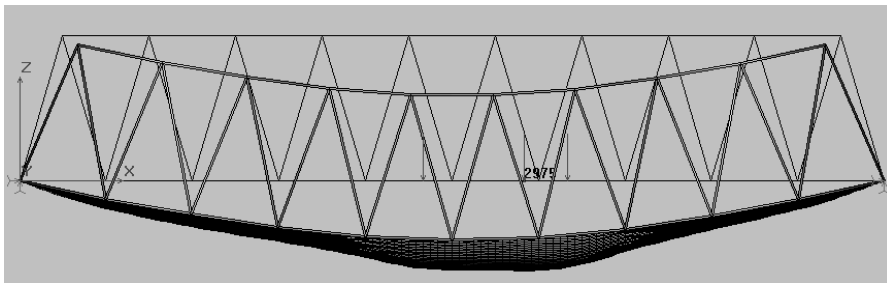
We wszystkich rozważonych węzłach ugięcie płyty mostowej jest istotnie mniejsze od 0,1. Natomiast wskaźniki Tsai-Wu – $FI = 3,1948$ na powierzchni dolnej oraz $FI =$

Tabela 5. Maksymalne wartości ugięć płyty wzmocnionej poprzecznie czterema warstwami CFRP
 Table 5. Maximal values of sags of plate reinforced with four laterl layers CFRP

Węzeł Współ- rzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współ- rzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współ- rzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współ- rzędne Node Coordinate	$w(x,y)$	Węzeł Współ- rzędne Node Coordinate	$w(x,y)$
2975 $x = 17,5$ $y = 3,0$	-0,0128	2974 $x = 17,25$ $y = 3,00$	-0,0128	3096 $x = 17,5$ $y = 3,13$	0,0128	2854 $x = 17,5$ $y = 2,88$	0,0128	3095 $x = 17,25$ $y = 3,13$	0,0128
2853 $x = 17,25$ $y = 2,88$	-0,0128	2976 $x = 17,75$ $y = 3,00$	-0,0113	2973 $x = 17,0$ $y = 3,00$	0,0113	2855 $x = 17,75$ $y = 2,88$	0,0128	3097 $x = 17,75$ $y = 3,13$	0,0113
3094 $x = 17,00$ $y = 3,13$	-0,0113	2852 $x = 17,00$ $y = 2,88$	-0,0128	3217 $x = 17,5$ $y = 3,25$	0,0128	2733 $x = 17,5$ $y = 2,75$	0,0128	2972 $x = 16,75$ $y = 3,00$	0,0128
3216 $x = 17,25$ $y = 3,25$	-0,0128	2732 $x = 17,25$ $y = 2,75$	-0,0128	2977 $x = 18,0$ $y = 3,00$	0,0128	3093 $x = 16,75$ $y = 3,13$	0,0128	2851 $x = 16,75$ $y = 2,88$	0,0128

= 8,34035 na powierzchni górnej warstwy betonowej, znacznie przekraczają jeden. Wnioskujemy stąd, że rozważana konstrukcja ulegnie zniszczeniu. Maksymalna wartość naprężenia rozciągającego w prętach pasa górnego kratownicy wynosi $\sigma_{\max} = -49,286$ MPa i nie przekracza wartości dopuszczalnej $[\sigma] = 215$ MPa.

Kształt odkształconej konstrukcji mostowej (w rzucie na płaszczyznę xz) przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Odkształcona konstrukcja mostowa z płytą warstwową

Fig. 6. Projection of deformed bridged constructions containing layered plate

Na rysunku 7 podano rozkład ugięcia rozważanej płyty mostowej w płaszczyźnie xy . Maksymalna wartość ($w_{\max} = -0,012835$ m) ugięcia występuje w węźle 2975.

Rozkład ugięcia płyty jest symetryczny względem jej osi symetrii geometrycznej. Z tego wynika, że taka płyta – nawet bez poprzecznicy – powinna zachowywać stateczność przy zginaniu symetrycznym.

Na rysunku 8 podano rozkład wartości wskaźnika Tsai-Wu na dolnej powierzchni warstwy betonowej pomostu. Maksymalna wartość tego wskaźnika (tab. 6) wynosi 3,19477 i występuje na powierzchni dolnej warstwy betonowej. W takim razie według kryterium Tsai-Wu konstrukcja z pomostem betonowym podklejonym warstwami włókno-kompozytowymi też ulegnie zniszczeniu.

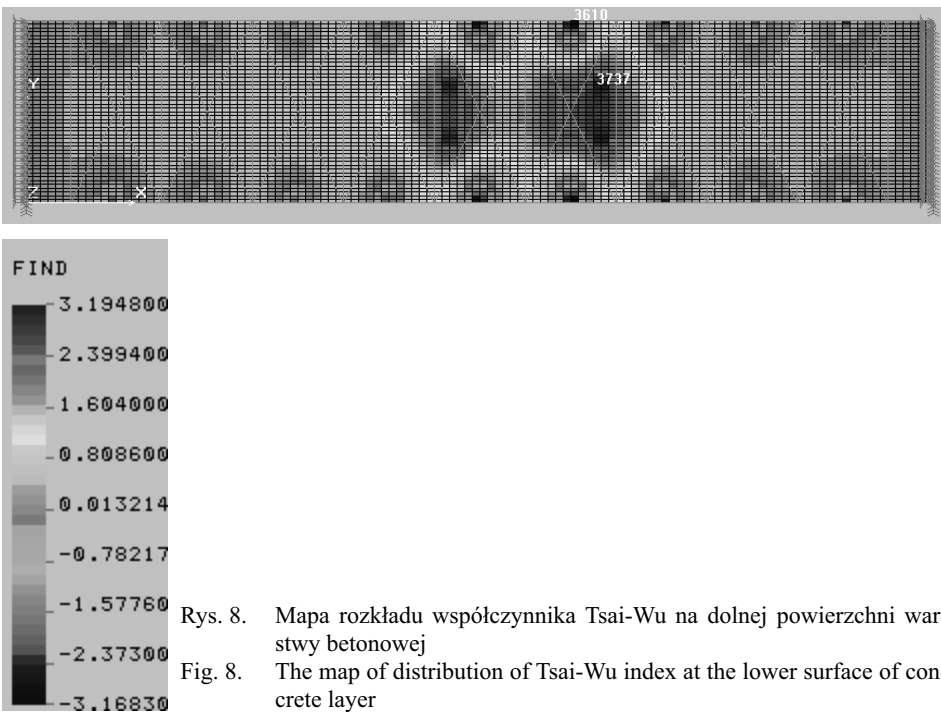
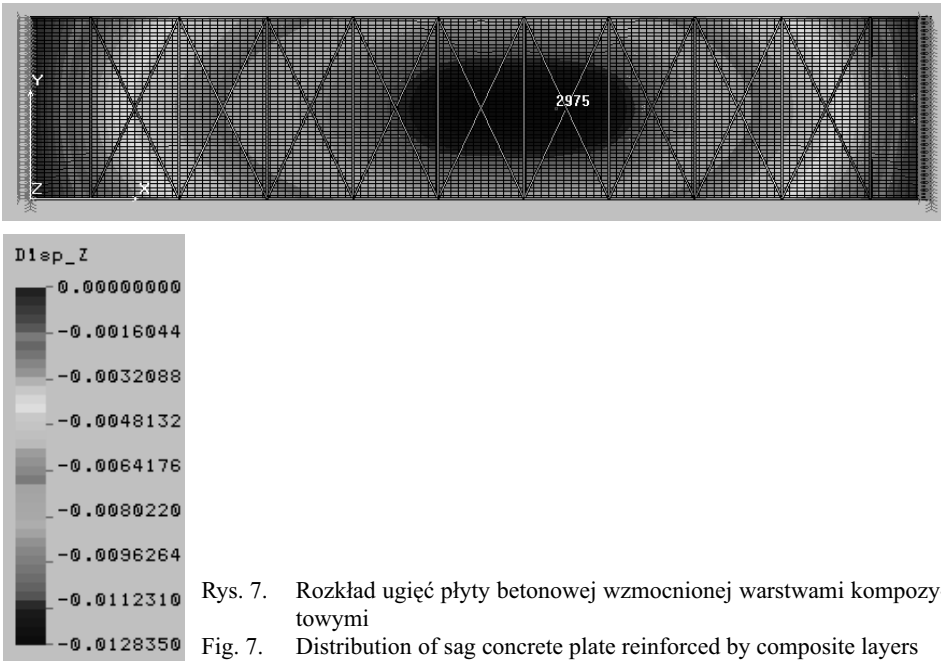


Tabela 6. Maksymalne wartości indeksu FI na dolnej powierzchni warstwy betonowej
 Table 6. Maximal values of index FI at the lower surface of concrete layer

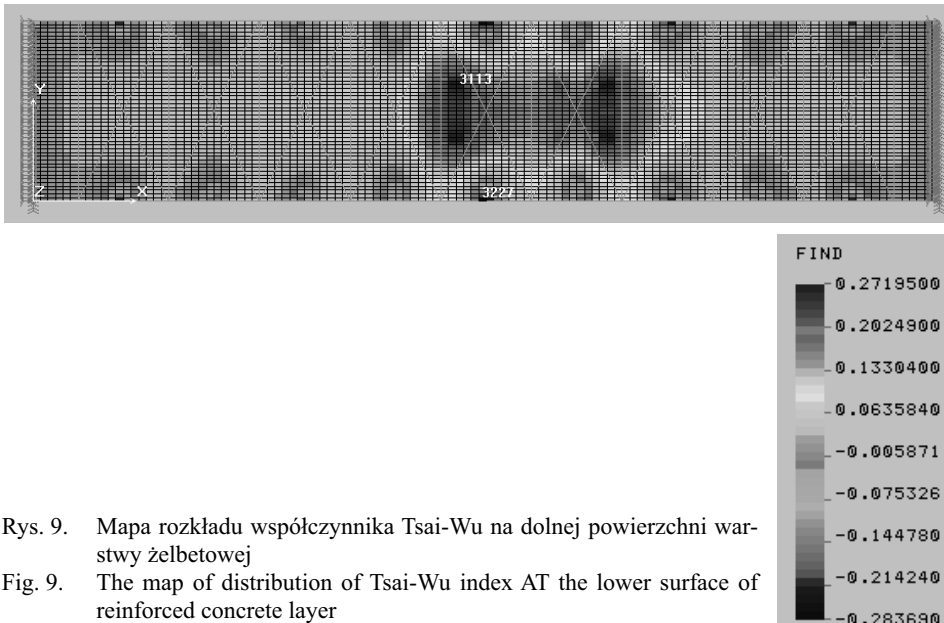
Element	FI	Element	FI	Element	FI
3737	3,19477	3724	3,19477	3610	-3,16834
3562	-3,16834	3785	3,14782	3772	3,14782
3723	3,10693	3738	3,10693	3771	3,09409
3786	3,09409				

ANALIZA WZMOCNIENIA PŁYTY ŻELBETOWEJ

W kolejnym wariantcie analizy pomostu rozważamy płytę żelbetową wzmocnioną od dołu rusztem złożonym z jednego pręta podłużnego (30 m) i sześciu poprzecznic. Maksymalne ugięcie płyty żelbetowej wzmocnionej tylko poprzecznikami wynosi $w_{\max} = -0,013149$ m, a z prętem podłużnym $w_{\max} = -0,013274$ m.

Zauważmy, że wprowadzenie rusztu w niewielkim stopniu zmienia ugięcie płyty (różnica ugięć płyty niewzmocnionej i wzmocnionej wynosi tylko 2%), natomiast istotnie zwiększa sztywność pomostu na skręcanie i wyboczenie.

W przypadku pomostu, który jest płytą żelbetową podklejoną jak poprzednio, ale tylko czterema poprzecznymi warstwami włókno-kompozytowymi, rozkład wskaźnika Tsai-Wu (FI) na powierzchni dolnej warstwy żelbetowej przedstawiono na rysunku 9. Maksymalna wartość tego wskaźnika wynosi $FI = 0,27195$.



Rys. 9. Mapa rozkładu współczynnika Tsai-Wu na dolnej powierzchni warstwy żelbetowej

Fig. 9. The map of distribution of Tsai-Wu index AT the lower surface of reinforced concrete layer

W tabelach 7 i 8 zamieszczone są ekstremalne wartości wskaźnika Tsai-Wu w różnych elementach górnej i dolnej powierzchni warstwy żelbetowej pomostu.

Tabela 7. Maksymalne wartości indeksu Tsai-Wu na górnej powierzchni warstwy żelbetowej
Table 7. Maximal values of Tsai-Wu index at the upper surface of reinforced concrete layer

Element	<i>FI</i>	Element	<i>FI</i>	Element	<i>FI</i>
4379	0,42712	4426	0,42712	3274	0,41782
3227	0,41782	3275	0,40879	3322	0,40879

Tabela 8. Maksymalne wartości indeksu Tsai-Wu na dolnej powierzchni warstwy żelbetowej
Table 8. The map of distribution of Tsai-Wu index at the lower surface of reinforced concrete layer

Element	<i>FI</i>	Element	<i>FI</i>	Element	<i>FI</i>
3227	-0,28369	3274	-0,28369	3113	0,27195
3100	0,27195	3052	0,27017	3065	0,27017

Dodatkowe wzmocnienie sześcioma poprzecznikami płyty żelbetowej, podklejonej jak poprzednio, zmniejsza maksymalną wartość wskaźnika Tsai-Wu do $-0,283692$ na powierzchni dolnej i do $0,427116$ na powierzchni górnej warstwy żelbetowej pomostu.

Jeśli porównać płyty betonową i żelbetową, jednakowo podklejone i położone na taki sam ruszt, to maksymalne ugięcie płyty żelbetowej ($w_{\max} = -0,01142$ m) jest o 8% mniejsze od maksymalnego ugięcia płyty betonowej ($w_{\max} = -0,012125$ m), natomiast różnica między wskaźnikami Tsai-Wu jest istotna.

W ostatnich dwóch tabelach zebrano funkcje stanu naprężeń i przemieszczeń w warstwie betonowej (tab. 9) i w warstwie żelbetowej (tab. 10) podklejonych czterema poprzecznymi warstwami włókno-kompozytowymi. Dodatkowo żelbetowa płyta podklejona została sześcioma poprzecznikami. W podanych tabelach zamieszczone są naprężenia normalne (σ_{xx} , σ_{yy}), styczne τ_{xy} i ścinające (τ_{xz} , τ_{yz}) określone na powierzchniach poszczególnych warstw, a także wartości naprężeń międzywarstwowych (τ_{xz}° , τ_{yz}°), odkształceń normalnych (ε_{xx} , ε_{yy}) i wskaźnika Tsai-Wu (*FI*). W tabelach tych *N* oznacza numer warstwy, *p* – powierzchnię warstwy, *g* – powierzchnię górną, *d* – powierzchnię dolną, *el* – numer elementu skończonego.

WNIOSKI

1. Podklejenie płyty betonowej poprzecznymi warstwami węglowo-epoksydowymi zmniejsza wskaźnik Tsai-Wu średnio około 90%, a wzmocnienie takiej płyty od dołu rusztem – tylko o 30%. Oba sposoby wzmocnienia nie są efektywne, ponieważ wartość wskaźnika Tsai-Wu w obu przypadkach jest większa od jedności.

2. Wzmocnienie płyty betonowej prętami podłużnymi zmniejsza wskaźnik Tsai-Wu o 90%. Ten sposób wzmocnienia, tj. zamiana płyty betonowej na płytę żelbetową, jest bardzo skuteczny z punktu widzenia oceny nośności granicznej, ponieważ zmniejsza wskaźnik Tsai-Wu do wartości mniejszej od jedności.

3. Zwiększenie podklejenia płyty żelbetowej warstwami włókno-kompozytowymi o 50% zmniejsza wskaźnik (*FI*).

Tabela 9. Płyta betonowa (bez rusztu) wzmocniona czterema warstwami węglowymi
 Table 9. Concrete plate (without ribbers) reinforced with four carbon layers

N	p	σ_{xx}	el	σ_{yy}	el	τ_{xy}	el	τ_{yz}	el	τ_{xz}	el
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	d	1552,53	3563	-61628,75	3610	-2441,49	3563	-461,83	3562	940,74	3610
	g	-1531,24	3563	-60572,63	3610	-2408,12	3563	-461,83	3562	940,74	3610
2	d	-1531,24	3563	-60572,63	3610	-2408,12	3563	-461,83	3562	940,74	3610
	g	-1509,95	3563	-59516,51	3610	-2374,75	3563	-461,83	3562	940,74	3610
3	d	-1509,95	3563	-59516,51	3610	-2374,75	3563	-461,83	3562	940,74	3610
	g	-1488,67	3563	-58460,39	3610	-2341,39	3563	-461,83	3562	940,74	3610
4	d	-1488,67	3563	-58460,39	3610	-2341,39	3563	-461,83	3562	940,74	3610
	g	-1467,38	3563	-57404,27	3610	-2308,02	3563	-461,83	3562	940,74	3610
5	d	-3167,18	5338	-5995,48	3610	-3761,11	3563	-751,13	3562	1530,03	3610
	g	4817,23	4091	-5995,48	3515	4531,66	4138	-751,13	3562	1530,03	3610
w	p	τ_{xz}^o	el	τ_{yz}^o	el	ϵ_{xx}	el	ϵ_{yy}	el	F_I	el
11	2	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	d	0	107 do 5866	0	107 do 5866	0,000104	5291	-0,000219	3610	-0,01502	5291
	g	-12,57	3562	319,776	3610	-0,00010	5291	-0,000216	3610	-0,01006	5291
2	d	-12,57	3562	319,776	3610	-0,00010	5291	-0,000216	3610	-0,015006	5291
	g	-24,96	3562	634,106	3610	-0,00010	5291	-0,000212	3610	-0,014992	5291
3	d	-24,96	3562	634,106	3610	-0,00103	5291	-0,000212	3610	-0,014991	5291
	g	-37,19	3562	942,991	3610	-0,00010	5291	-0,000208	3610	-0,014977	5291
4	d	-37,19	3562	942,991	3610	-0,00010	5291	-0,000208	3610	-0,014977	5291
	g	-49,25	3562	1246,429	3610	-0,00010	5291	-0,000205	3610	-0,014963	5291
5	d	-49,25	3562	1246,429	3610	-0,00103	5291	-0,000205	3610	3,194767	3737
	g		107 do 5866	0	107 do 5866	0,00013	4091	0,000332	3515	8,340348	3515

Tabela 10. Płyta żelbetowa wzmocniona warstwami węglowymi i rusztem
 Table 10. Reinforced concrete plate containing carbon layers and ribbers

N	p	σ_{xx}	el	σ_{yy}	el	τ_{xy}	el	τ_{yz}	el	τ_{yz}	el
1	d	1030,68	3052	-36026,46	3322	-1213,33	3274	219,59	3275	507,461	3274
	g	1017,60	3052	-35453,80	3322	-1196,22	3274	219,59	3275	507,46	3274
2	d	1017,60	3052	-35453,80	3322	-1196,22	3274	219,59	3275	507,46	3274
	g	1004,52	3052	-34881,14	3322	-1179,11	3274	219,59	3275	507,46	3274
3	d	1004,52	3052	-34881,14	3322	-1179,11	3274	219,59	3275	507,46	3274
	g	991,44	3052	-34308,48	3322	-1162,00	3274	219,59	3275	507,46	3274
4	d	991,44	3052	-3438,48	3322	-1162,00	3274	219,59	3275	507,46	3274
	g	978,36	3052	-57404,27	3322	-1144,89	3274	219,59	3275	507,46	3274
5	d	-3299,99	5579	-5075,49	3322	-2664,68	3274	510,10	3275	1178,80	3274
	g	4625,79	4379	7288,79	3274	3796,77	4426	510,10	3275	555,43	2170
W	p	τ_{xz}°	el	τ_{yz}°	el	ϵ_{xx}	el	ϵ_{yy}	el	F/I	el
1	d	0	107-5866	0	107-5866	-7,42E-05	5579	-0,0002	3322	-0,0109	5579
	g	-5,861	3322	201,394	3274	-7,40E-05	5579	-0,0001	3322	-0,0109	5579
2	d	5,861	3322	201,394	3274	-7,40E-05	5579	-0,0001	3322	-0,0109	5579
	g	11,643	3322	399,595	3274	-7,39E-05	5579	-0,0001	3322	-0,0109	5579
3	d	11,643	3322	399,595	3274	-7,39E-05	5579	-0,0001	3322	-0,0109	5579
	g	17,347	3322	594,602	3274	-7,37E-05	5579	-0,0001	3322	-0,0109	5579
4	d	17,347	3322	594,602	3274	-7,37E-05	5579	-0,0001	3322	-0,0109	5579
	g	22,972	3322	786,415	3274	-7,36E-05	5579	-0,00012	3322	-0,0109	5579
5	d	22,972	3322	786,415	3274	-7,36E-05	5579	-0,00010	3322	-0,283692	5579
	g	0	107-5866	0	107-5866	9,21E-05	4379	0,00017	3274	0,427116	4379

4. Dodatkowe wzmocnienie poprzecznikami płyty żelbetowej, podklejonej warstwami węglowo-epoksydowymi, zwiększa wskaźnik FI , chociaż nadal pozostaje on istotnie mniejszy od jedności. Z tego wynika, że przy takim wzmocnieniu zachowany jest warunek bezpieczeństwa pracy, lecz konstrukcja staje się bardziej sztywna.

5. Na podstawie dokonanej analizy stwierdzono, że najbardziej efektywnym sposobem wzmocnienia pomostu żelbetowego konstrukcji mostowej jest posadowienie tej płyty na ruszcie z jednoczesnym podklejeniem od dołu poprzecznymi warstwami węglowo-epoksydowymi.

Podziękowanie

Autorzy wyrażają serdeczne podziękowanie firmie Tekton-Cosmos za umożliwienie wykorzystania systemu Cosmos v 2.85 do opracowania tego artykułu.

PIŚMIENNICTWO

- Cosmos v. 2.85, 2003. Structural Research Analysis Corporation. Los Angeles.
- Datoo M.H., 1991. Mechanics of fibrous composites. Elsevier Applied Science, London – New York.
- Huber M.T., 1914. Die Grundlagen einer rationellen Berechnung der Eisenbetonplatten. Z. Osterr. Ing. u. Archit. Vereins.
- Hull D., Clyne T.W., 1996. Cambridge Solid State Science Series. University Press USA, Cambridge.
- PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- Łagoda M., 2005. Wzmacnianie mostów przez doklejanie elementów. Ser. Inżynieria Lądowa, Monografia 322. Wydaw. Politechniki Krakowskiej, Kraków.
- Sokołowski M., 1957. Obliczanie stałych sprężystości dla płyt o ortotropii technicznej. Arch. Inż. Ląd., 3, 4, 457–485.
- System Robot Millennium v. 17.5., 2003. Robobat, Kraków.
- Szelągowski F., 1966. Mosty metalowe. Cz. 1. Wydaw. Komunikacji i Łączności, Warszawa.
- Zobel H., 2005. Mostowe pomosty wielowarstwowe z kompozytów polimerowych. Inżynieria i Budownictwo 11, 594–598.

ANALYSIS TO EFFECT OF BRIDGED CONSTRUCTION REINFORCEMENT FOR ITS ULTIMATE STATE

Abstract. A bridged construction consisted with concrete plate connected with space girder in nodes of its lower bars is considered in this paper. The construction is clamed in distance of 30 m. The effect of various reinforcement of construction part is analyzed. The solution is obtained with help of finite element method using program Cosmos.

Key words: bridged construction, space girder, construction reinforcement

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 21.12.2009