

NIEPEWNOŚĆ WYZNACZENIA WYTRZYMAŁOŚCI BETONU NA ŚCISKANIE NA PODSTAWIE BADAŃ PRÓBEK RDZENIOWYCH

Mariusz Sobolewski

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Streszczenie. W praktyce brakuje prostego algorytmu wynikającego z teorii niepewności, służącego do opracowania wyników pomiarów wytrzymałości betonu na ściskanie. W artykule zaproponowano kilka wariantów szacowania niepewności wyników pomiaru powierzchni docisku próbek walcowych i ich średniej wytrzymałości na ściskanie. Opracowane wzory dotyczą zarówno normowych próbek w kształcie walca, jak i próbek rdzeniowych pochodzących z odwiertów w konstrukcjach z betonu. Wykazano ponadto, jaki jest wpływ dokładności przyjmowania stałej matematycznej π oraz mierzonej średnicy na niepewność wyników pola przekroju poprzecznego próbek walcowych, a w konsekwencji także wyników średniej wytrzymałości betonu na ściskanie. Przeprowadzona analiza wykazała, że przy stosowaniu w badaniach betonu typowych pras (klasa 0,5 i 1) niepewność wyznaczonej wytrzymałości zależy głównie od dokładności pomiaru średnicy próbek i tym samym dokładności określenia powierzchni docisku. W związku z dużą dokładnością określenia siły niszczącej wytyczne zawarte w normach, dotyczące określenia średnicy próbek z dokładnością do 0,5% wymiaru i wyznaczenia na ich podstawie pola przekroju poprzecznego próbek, są niewystarczające. W przypadku próbek o średnicy co najmniej 100 mm zaleca się wyznaczanie jej z dokładnością $\pm 0,1$ mm, przy rozdzielczości suwmiarki 0,01 mm.

Słowa kluczowe: wytrzymałość betonu, niepewność wyniku, ocena wytrzymałości, klasa wytrzymałości, próbki walcowe

WSTĘP

W naukach eksperymentalnych mamy do czynienia z wartościami przybliżonymi parametrów, dlatego opracowanie wyników pomiaru musi być przeprowadzone na podstawie rachunku przybliżonego. Wyniki pomiarów wielkości mechanicznych, uzyskiwane

Adres do korespondencji – Corresponding author: Mariusz Sobolewski, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii Budowlanej, Laboratorium Centrum Wodne, ul. Ciszewskiego 6, 02-776 Warszawa, e-mail: mariusz_sobolewski@sggw.pl

w laboratorium, mają znacznie mniejszą dokładność w porównaniu z wartościami stałych matematycznych i fizycznych [Lewiński i in. 2000].

Ze względu na sposób, jaki stosuje się do znalezienia szukanej wielkości, mamy do czynienia z dwoma pomiarami – bezpośrednimi lub pośrednimi. W przypadku pomiarów pośrednich, które są bardziej skomplikowane, gdyż wymagają pomiarów kilku wielkości innego rodzaju i dopiero na podstawie znanych związków fizycznych lub matematycznych wyznacza się szukaną wielkość, ocena dokładności wyniku jest zagadnieniem złożonym.

Badania wytrzymałościowe materiałów, w tym betonu, należą do pomiarów pośrednich. Obróbka wyników takich pomiarów w praktyce odbywa się z wykorzystaniem analizy statystycznej, a dokładniej mówiąc – estymacji przedziałowej, czyli określenia granic przedziału ufności, w którym z zadaniem prawdopodobieństwem (przy założonym poziomie ufności) znajduje się wartość oczekiwana oznaczanej wielkości. W praktyce dla betonu procedury estymacji przedziałowej dotyczą wytrzymałości średniej oraz charakterystycznej, czyli kwantyla określonego rzędu, przy założonych różnych poziomach ufności i normalnego rozkładu prawdopodobieństwa, przyjętego jako matematyczny model rozkładu populacji analizowanej cechy materiału [Brunarski 1994].

Opracowanie wyników pomiarów wytrzymałości średniej i charakterystycznej betonu można wykonać, stosując również teorię niepewności. Teoria niepewności pozwala ocenić cechy mechaniczne betonu z większą dokładnością niż tradycyjnie stosowana statystyczna analiza wyników obserwacji. Zaletą teorii niepewności jest to, że opisuje ona sens fizyczny badań pośrednich, które dotyczą pomiaru różnych parametrów. Teoria niepewności pozwala określić znaczenie poszczególnych składników niepewności. Można więc przeprowadzić ocenę i dokonać wyboru najniekorzystniejszych składników niepewności. Jest to pomocne w podejmowaniu decyzji o możliwości i opłacalności zwiększenia dokładności pomiaru wybranych wielkości mierzonych, gdyż uzyskiwana niepewność wyniku uzależniona jest przede wszystkim od dokładności stosowanych przyrządów.

W praktyce inżynierskiej istnieje potrzeba udoskonalenia i uproszczenia dotychczasowej procedury oceny wyniku pomiarów pośrednich w badaniach wytrzymałościowych betonu. W pracy zweryfikowano hipotezę: istnieje możliwość uproszczenia ogólnego algorytmu wynikającego z teorii niepewności, służącego do opracowywania wytrzymałości betonu na ściskanie. Celem przeprowadzonej analizy było opracowanie nowych i jednocześnie prostych sposobów obliczeń niepewności standardowej złożonej, która dotyczy średniej wytrzymałości na ściskanie próbek walcowych i rdzeniowych.

Na niepewność złożoną wytrzymałości składa się niepewność pomiaru siły niszczącej oraz niepewność określenia powierzchni docisku (pola przekroju poprzecznego próbek). Ze względu na dostępność informacji na temat niepewności pomiaru siły w świadectwach wzorcowania maszyn wytrzymałościowych szczególną uwagę skupiono na zagadnieniu niepewności określenia pola docisku próbek. Zakres pracy obejmuje opracowanie wzorów i algorytmów obliczeń, weryfikację proponowanych rozwiązań na przykładzie obliczeniowym i porównanie uzyskanych granic przedziałów niepewności z otrzymanymi na podstawie analizy statystycznej przedziałami ufności.

PRÓBKI WALCOWE W BADANIACH WYTRZYMAŁOŚCI BETONU

Najbardziej wiarygodnej informacji o jakości betonu dostarczają próbki normowe wykonywane podczas wznoszenia konstrukcji lub próbki rdzeniowe pochodzące z odwiertów wykonanych w istniejącym obiekcie [Drobiec i in. 2010]. Próbki poddaje się badaniu osiowego ściskania, a uzyskane wyniki pozwalają określić średnią wytrzymałość betonu na ściskanie. Badania na normowych próbkach walcowych uzyskiwanych w warunkach laboratoryjnych służą głównie do określenia wytrzymałości charakterystycznej betonu ($f_{ck,cyl}$). Problematyka badań próbek walcowych pojawia się także w diagnostyce obiektów inżynierskich. Potrzeba takich badań wynika między innymi z konieczności ustalenia aktualnych cech mechanicznych betonu po dłuższym okresie eksploatacji obiektu, jak również gdy zachodzi konieczność weryfikacji klasy wytrzymałości betonu w warunkach *in situ*. Badania wytrzymałości betonu wykonywane są zazwyczaj na próbkach rdzeniowych odwiercanych w miejscach, które nie naruszają konstrukcji i nie zmniejszają jej stateczności [Brunarski 1994, Ajdukiewicz i in. 1998, Nagrodzka-Godycka 1999, Czarnecki i in. 2004, Drobiec i in. 2010].

Wymiary próbek walcowych stosowane w badaniach wytrzymałościowych betonu są znormalizowane. Średnica próbki wpływa bowiem na mierzoną wytrzymałość oraz jej zmienność. Zmienność mierzonej wytrzymałości wzrasta, gdy maleje stosunek średnicy próbki do maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa [Neville 2000]. Stosuje się zasadę, według której wymiar próbek powinien być co najmniej 3-, lepiej 3,5-krotnie większy od wymiaru największego ziarna kruszywa w betonie [PN EN 12390-1]. W miarę zmniejszania wysokości próbki wzrasta jej wytrzymałość. Tłumaczy się to częściowo wpływem wzrostu tarcia powstałego na powierzchniach ściskanych [Brunarski 1994, Czarnecki i in. 2004, Drobiec i in. 2010].

Dla walcowych próbek normowych jako standard przyjęto walec o średnicy (d) 150 mm i wysokości (l) 300 mm, a dla próbek rdzeniowych zaleca się średnicę co najmniej 100 mm, przy smukłości próbki (l/d) wynoszącej od 1 do 2. Próbki pochodzące z odwiertów powinny być odpowiednio przycięte i dostosowane do przeprowadzenia próby wytrzymałościowej. W celu określenia klasy wytrzymałości betonu uzyskiwane wyniki wytrzymałości średniej na próbkach rdzeniowych o wymiarach innych niż normowe ($d = 150$ mm, $l = 300$ mm) mogą być przeliczane na odpowiadającą im wytrzymałość próbek sześciennych o boku 150 mm. Literatura z tego zakresu dość dobrze opisuje współczynniki konwersji uwzględniane w obliczeniach.

Warto też wspomnieć, że na odwiertach rdzeniowych z konstrukcji uzyskuje się zwykle mniejszą wytrzymałość niż na próbkach laboratoryjnych na tym samym betonie [Ajdukiewicz i Kliszczewicz 1994]. Również kierunek odwiertów ma znaczenie. Nieco mniejszą wytrzymałość uzyskuje się dla rdzeni wierconych pionowo [Drobiec i in. 2010]. Doświadczenia wykazują, że próbki pobrane z zewnętrznej części elementu konstrukcji mają mniejszą wytrzymałość niż próbki pobrane z rdzenia elementu. Najczęściej ze względu na małą liczbę odwiertów wytrzymałość próbek rdzeniowych należy traktować jako orientacyjną i dającą ogólne pojęcie o rzeczywistej wytrzymałości betonu w konstrukcji. Problematyka oceny wytrzymałości betonu i niepewności jej wyników uzyskiwanych na próbkach walcowych jest więc zagadnieniem ważnym i praktycznym.

METODYKA SZACOWANIA NIEPEWNOŚCI OKREŚLENIA WYTRZYMAŁOŚCI BETONU NA ŚCISKANIE PRÓBEK WALCOWYCH I RDZENIOWYCH

Metodyka szacowania niepewności wytrzymałości średniej betonu na ściskanie laboratoryjnych próbek walcowych oraz próbek rdzeniowych z odwiertów jest złożona i wymaga w pierwszej kolejności rozpatrzenia dwóch zagadnień: oszacowania niepewności określenia pola powierzchni docisku i oszacowania niepewności określenia siły niszczącej.

Niepewność określenia powierzchni docisku

Niepewność określenia powierzchni docisku wiąże się nierozłącznie z dokładnością wyznaczenia parametrów biorących udział w obliczeniach pola powierzchni. Określenie powierzchni docisku zwykle wymaga pomiaru odpowiednich wymiarów próbek. W przypadku próbek walcowych koniecznością jest określenie ich średnicy. Zgodnie z normą PN-EN 12390-3 wykonać należy trzy pomiary średnicy, z dokładnością do 0,5% wymiaru przy każdej podstawie walca, w kierunkach obróconych względem siebie średnio o 60°. Gdy którykolwiek wymiar różni się więcej niż 2% od wymiaru deklarowanego, próbkę odrzuca się lub odpowiednio dostosowuje. Wielkość średnicy próbki normowej lub odwiertu rdzeniowego oblicza się więc z sześciu pomiarów i wyraża z zaokrągleniem do 0,5% wymiaru. Oznacza to, że dokładność wyznaczenia średnicy walca o nominalnym wymiarze 150 mm wynosi $\pm 0,75$ mm, a dla walca o średnicy 100 mm – $\pm 0,50$ mm. Niektóre źródła literatury podają jeszcze bardziej liberalne zalecenia. Według Drobca i innych [2010] średnicę odwiertu rdzeniowego należy mierzyć z dokładnością do 1% wymiaru w dwóch prostopadłych kierunkach, w połowie oraz w 1/4 i 3/4 wysokości odwiertu. Według wspomnianej normy PN-EN 12390-3 średnią wartość powierzchni docisku walca lub odwiertu rdzeniowego należy obliczyć z zaokrągleniem do 1% pola powierzchni.

W przypadku walców wykonywanych w warunkach laboratoryjnych można posługiwać się wymiarami nominalnymi średnicy form, jeżeli zastosowane formy spełniają warunki normowe tolerancji, a wymiary próbek w chwili badań nie różnią się od wymiarów nominalnych po uwzględnieniu ich tolerancji. Norma PN-EN 12390-1 podaje tolerancję deklarowanej średnicy dla walców na poziomie $\pm 0,5\%$, przy czym wymiary deklarowane mogą różnić się o $\pm 10\%$ od wymiarów nominalnych. Nieco lepszym rozwiązaniem jest stosowanie form precyzyjnych o tolerancji deklarowanej średnicy na poziomie $\pm 0,25\%$. Do dokładniejszych analiz lepiej jednak jest wyznaczyć odchyłki średnicy poszczególnych form względem średnicy nominalnej na podstawie jednorazowej serii pomiarów.

Należy jednak zaznaczyć, że najdokładniejsze wyniki określenia pola docisku (a w konsekwencji wytrzymałości betonu) uzyskuje się na podstawie pomiarów średnicy próbek. W pomiarach tych najbardziej istotna jest dokładność przyrządu (suwmiarki). W praktyce stosuje się suwmiarki zwykle o działce noniusza 0,05 mm lub elektroniczne o rozdzielczości 0,1 lub 0,01 mm. Szczególną uwagę temu zagadnieniu poświęcono w pracy Sobolewskiego [2012b].

Wyznaczenie niepewności standardowej złożonej określenia powierzchni docisku próbek walcowych możliwe jest na podstawie ścisłych lub uproszczonych obliczeń. Obliczenie powierzchni docisku próbek walcowych bazuje na dwóch parametrach, z których jeden jest mierzony (średnica walca d), a drugi przyjmowany z tablic matematycznych (stała matematyczna π). Ponieważ stosowane parametry są niezależne, więc wyznaczenie powierzchni walca jest pomiarem pośrednim nieskorelowanym o zmiennych niezależnych. Dlatego niepewność standardową złożoną określenia tej powierzchni wyznaczyć można, stosując metodę przyjętą do pomiarów pośrednich nieskorelowanych lub metodę do pomiarów pośrednich skorelowanych (przy współczynniku korelacji równym zeru). Obie metody opisane są między innymi w pracach: Jaworskiego i innych [1999], Szydłowskiego [2001] i Sobolewskiego [2012a]. W obu przypadkach dochodzi się do tego samego rozwiązania. Niepewność określenia powierzchni docisku próbek walcowych można określać z następującego wzoru:

$$u_c(P) = \bar{P} \sqrt{\left(\frac{2u(\bar{d})}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{u(\pi/4)}{\pi}\right)^2} \quad (1)$$

gdzie: \bar{P} – średnia wartość pola powierzchni z próby,
 $u(\bar{d})$ – niepewność całkowita wartości średniej średnicy próbki d ,
 $u(\pi/4)$ – niepewność całkowita wartości stałej $\pi/4$,
 \bar{d} – wartość średnia średnicy próbki d ,
 π – wartość stałej $\pi \approx 3,1415926536$ [Lipczyński i in. 1974]

Niepewność stałej matematycznej π lub jej ułamka odczytywana z tablic matematycznych jest niepewnością typu B¹, dlatego podlega rozkładowi jednostajnemu. Zatem przyjmując wartość stałej π z dokładnością do jednej nano, podawaną w tablicach Lipczyńskiego i innych [1974], otrzymujemy niepewność standardową stałej $\pi/4$ równą:

$$u\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\Delta_r\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{3}} = 5,77 \cdot 10^{-10} \quad (2)$$

Jest to wartość bardzo mała i co więcej – wielokrotnie mniejsza od niepewności całkowitej mierzonej średnicy walca (patrz tab. 3). Nie ma więc potrzeby przyjmowania wartości stałej π do obliczeń aż z taką dokładnością. Z analizy niepewności określenia powierzchni docisku, zakładającej wartość stałej π z różnym zaokrągleniem, przy różnych średnicach próbek (d) i różnej liczbie próbek (n), wynika, że zmiany w niepewności rozszerzonej nie występują jeszcze przy stałej $\pi = 3,1416$ (tab. 1). Czyli zaokrąglenie stałej π co najmniej do jednej dziesięciotysięcznej powoduje, że niepewność standardowa stałej $\pi/4$ nie odgrywa praktycznie istotnej roli przy szacowaniu niepewności pola docisku próbek walcowych. Obliczenia wykonano przy założeniu najbardziej niekorzyst-

¹Niepewność typu B jest to rodzaj niepewności systematycznej pochodzącej od wzorcowania urządzeń pomiarowych i od eksperymentatora, dotyczy ona także wartości odczytywanych z tablic matematycznych, fizycznych, chemicznych lub astronomicznych.

nego przypadku, tj. bez uwzględnienia niepewności typu A, pochodzącej od odchylenia standardowego średnicy próbek (stała wielkość średnicy, niezależnie od liczby próbek, daje najmniejszą niepewność całkowitą i umożliwia porównywalność obliczeń). W obliczeniach uwzględniono niepewność wzorcowania suwmiarki o rozdzielczości 0,01 mm. Można także zauważyć, że wraz ze zmniejszeniem średnicy próbek wzrasta niepewność rozszerzona wyznaczenia powierzchni docisku. Z kolei wzrost liczby próbek powoduje zmniejszenie niepewności rozszerzonej określenia powierzchni docisku. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości niepewności pola docisku w kształcie koła o różnej średnicy odpowiadające różnym dokładnościom stałej π

Table 1. Uncertainty of cylindrical samples area of different diameter by changing the value of a constant π

Średnica Diameter d [mm]	Wartość stałej π Value of constant π	Niepewność stałej $\pi/4$ Uncertainty of $\pi/4$	Powierzchnia docisku Specimen area P [mm ²]	Niepewność rozszerzona powierzchni docisku przy liczbie próbek Expanded uncertainty of specimen area on the number of samples $U(P)$ [%]			
				$n = 3$	$n = 6$	$n = 15$	$n = 30$
				50			1963
100	3,1415926536	$5,77 \cdot 10^{-10}$	7854	0,50	0,30	0,25	0,24
150			17671	0,22	0,13	0,11	0,10
50					1963	2	1,19
100	3,14159265	$5,77 \cdot 10^{-8}$	7854	0,50	0,30	0,25	0,24
150			17671	0,22	0,13	0,11	0,10
50					1963	2	1,19
100	3,141593	$5,77 \cdot 10^{-6}$	7854	0,50	0,30	0,25	0,24
150			17671	0,22	0,13	0,11	0,10
50					1964	2	1,19
100	3,1416	$5,77 \cdot 10^{-4}$	7854	0,50	0,30	0,25	0,24
150			17672	0,22	0,13	0,11	0,10
50					1964	3,73	2,23
100	3,142	$5,77 \cdot 10^{-3}$	7855	0,93	0,56	0,46	0,44
150			17674	0,41	0,25	0,21	0,20
50					1962	31,69	18,94
100	3,14	$5,77 \cdot 10^{-2}$	7850	7,92	4,73	3,94	3,76
150			17662	3,52	2,10	1,75	1,67

Przedstawione w tabeli 1 wartości niepewności powierzchni docisku wykazują zmianę przy wartości stałej $\pi = 3,142$. W związku z powyższym proponowany uproszczony sposób szacowania niepewności standardowej złożonej pola docisku próbek walcowych zakłada w obliczeniach liczbę π równą 3,1416 lub o większej dokładności. Określenie pola powierzchni walca wymaga tylko pomiaru jednego parametru – średnicy. Pozostaje zatem uwzględnić niepewność dotyczącą średnicy walca. Wówczas niepewność standardowa złożona pola docisku wyraża się prostym wzorem:

$$u_c(P) = \frac{2\bar{P}}{\bar{d}} u(\bar{d}) \quad (3)$$

gdzie: \bar{P} – średnia wartość pola powierzchni z próby,
 $u(\bar{d})$ – niepewność całkowita wartości średniej średnicy próbki d ,
 \bar{d} – wartość średnia średnicy próbki d .

Niepewność określenia pomiaru siły niszczącej

Niepewność rozszerzoną pomiaru siły niszczącej w praktyce przyjmuje się z aktualnego świadectwa wzorcowania maszyny wytrzymałościowej użytej w badaniach. Można również dokonać własnych obliczeń niepewności rozszerzonej pomiaru siły, gdy dysponujemy wywzorcowanym siłomierzem lub przetwornikiem siły. Każdy egzemplarz maszyny, a także różne klasy i różne zakresy pomiarowe sił wykazują różne wartości niepewności. Prasa o większym zakresie pomiarowym zwykle wykazuje większą niepewność od prasy o mniejszym zakresie dla analogicznych wielkości mierzonych sił. Informacje na temat wzorcowania przetworników siły i maszyn wytrzymałościowych, a także szacowania niepewności pomiaru siłomierzy można znaleźć między innymi w pracy Woźniaka [2012].

Niepewność określenia średniej wytrzymałości betonu na ściskanie

Pomiar wytrzymałości betonu na ściskanie jest pomiarem pośrednim, gdyż wymaga pomiaru powierzchni docisku próbki oraz siły niszczącej badanego materiału. Niepewność wytrzymałości betonu na ściskanie składa się więc z niepewności pomiaru powierzchni przekroju próbki (powierzchni docisku) i niepewności pomiaru siły. Do oszacowania niepewności rozszerzonej średniej wytrzymałości betonu ($f_{cm,cyl}$) można zastosować zasadę superpozycji. Wzór do wyznaczenia w sposób bezpośredni niepewności rozszerzonej wytrzymałości betonu próbek walcowych jest analogiczny jak do próbek sześciennych, który podano w pracy Sobolewskiego [2012a]:

$$U(f_{cm,cyl}) = \bar{f}_{cm,cyl} \sqrt{\left(\frac{U(\bar{N})}{\bar{N}}\right)^2 + \left(\frac{U(\bar{P})}{\bar{P}}\right)^2} - r_{NP} \frac{U(\bar{N}) \times U(\bar{P})}{\bar{N} \times \bar{P}} \quad (4)$$

gdzie: $U(f_{cm,cyl})$ – niepewność rozszerzona wytrzymałości średniej betonu,
 $\bar{f}_{cm,cyl}$ – średnia wartość wytrzymałości betonu z próby,
 $U(\bar{N})$ – niepewność rozszerzona wartości średniej siły z próby,
 $U(\bar{P})$ – niepewność rozszerzona wartości średniej pola docisku z próby,
 \bar{N} – wartość średnia siły niszczącej,
 \bar{P} – wartość średnia pola docisku,
 r_{NP} – współczynnik korelacji zmiennych N i P .

WYNIKI BADAŃ PRÓBEK RDZENIOWYCH

Wyniki badań wytrzymałości betonu na ściskanie próbek rdzeniowych wykorzystane w niniejszej pracy do analizy niepewności zostały zaczerpnięte z publikacji Drobca i innych [2010]. Badania te dotyczyły ściany piwnicznej budynku użyteczności pub-

licznej grubości 25 cm, w wieku 5 lat. Celem badań było sprawdzenie klasy betonu po 28 dniach twardnienia ze względu na podejrzenie zanizenia wytrzymałości. Odwierty o średnicy około 100 mm, w liczbie 18 sztuk wykonano w pozycji poziomej. Wycięte próbki nie zawierały wkładek zbrojeniowych. Pobrane rdzenie przygotowano tak, aby iloraz ich długości do średnicy wynosił $l/d = 2$. Taka smukłość próbek nie wymaga konwersji wytrzymałości określonej na próbkach rdzeniowych na wytrzymałość próbek normowych (walce), lecz konieczna jest konwersja wyników na średnią wytrzymałość próbek sześciennych o boku 150 mm. W tym celu zwiększono wytrzymałość próbek walcowych o 25% [Drobiec i in. 2010]. Po uzyskaniu wyników wartości wytrzymałości poszczególnych próbek rdzeniowych przeliczono na wytrzymałość 28-dniową betonu, stosując współczynnik zależny od wieku betonu $\beta_{cc}(t)$. W rozpatrywanym przypadku wytrzymałości próbek rdzeniowych podzielono przez $\beta_{cc}(t) = 1,37$ [Drobiec i in. 2010]. Wyniki badań przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki badań wytrzymałości betonu na ściskanie
Table 2. Concrete compression strength test results

Miara Parameter	Cecha Property	Powierzchnia docisku Specimen area	Siła niszcząca Destruction force	Wytrzymałość próbek walco- wych Cylindrical samples strength		Wytrzymałość próbek sześciennych Cubical sam- ples strength
		P [m ²]	N [MN]	średnia average strength $f_{cm,cyl}$ [MPa]	po 28 dniach after 28 days f_{28cyl} [MPa]	f_{28cube} [MPa]
Wyniki badań 18 próbek – Test results of 18 samples						
Wynik minimalny Minimum product		0,007543	0,180	23,384	17,068	21,335
Wynik maksymalny Maximum product		0,007698	0,280	36,375	26,551	33,188
Wynik średni Average product		0,007672	0,237	30,889	22,547	28,184
Parametry statystyczne – Statistical parameters						
Odchylenie standardowe, s_n Standard deviation, s_n		0,000058	0,030	3,989	2,912	3,640
Współczynnik zmienności, v Variation coefficient, v		0,007516	0,128	0,129	0,129	0,129

Proponowane procedury szacowania niepewności pomiaru wytrzymałości próbek rdzeniowych

W obliczeniach niepewności pomiaru wytrzymałości betonu założono, że wymiary średnicy próbek rdzeniowych określono z dokładnością do 1%, czyli w analizowanym przypadku ± 1 mm (zgodnie z założeniami podanymi przez Drobcę i innych [2010]). Przyjęto również, że do ściskania próbek użyto prasy hydraulicznej o rozdzielczości 0,1 kN, a wyniki określono z dokładnością do 1 kN. W celu rozpatrzenia bardziej niekorzystnego

przypadku obliczeniowego niepewność rozszerzoną siły niszczącej przyjęto na wyższym poziomie niż występujący w praktyce. Założono niepewność $U(N) = 0,5\%$.

Wariant 1. Korzystając z zasady superpozycji przyjęto, że niepewność wytrzymałości betonu na ściskanie wyznacza się jako sumę niepewności pola docisku i niepewności pomiaru siły. Obliczenia mogą być wykonane z wykorzystaniem wzoru (1). W rachunkach uwzględniono pomierzone wielkości średnic analizowanych próbek oraz stałą π z dokładnością, jaką podają tablice Lipczyńskiego i innych [1974], $\pi = 3,1415926536$. Wyniki pomiarów i obliczenia niepewności podano w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki obliczeń ścisłych niepewności parametrów π oraz d
Table 3. The calculation results of the strict uncertainty parameters π and d

Miara Parameter	Cecha Property	Średnia średnica Average diameter d [mm]	Stała π π Constant	Stała $\pi/4$ $\pi/4$ Constant
Wyniki badań 18 próbek – Test results of 18 samples				
Wynik minimalny Minimum product		98	–	–
Wynik maksymalny Maximum product		99	–	–
Wynik średni Average product		98,8	3,1415926536	0,7853981634
Parametry statystyczne – Statistical parameters				
Odchylenie standardowe, s Standard deviation, s		0,4	–	–
Niepewność standardowa, $u(d,\pi)$ Standard uncertainty $u(d,\pi)$		0,088	$5,77 \times 10^{-10}$	$5,77 \times 10^{-10}$
Niepewność wzorcowania Calibration uncertainty		0,584	–	–
Niepewność całkowita Total uncertainty		0,584	$5,77 \times 10^{-10}$	$5,77 \times 10^{-10}$

Niepewność złożoną pola docisku obliczamy zgodnie ze wzorem (1):

$$u_c(P) = 7672 \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 0,584}{98,8}\right)^2 + \left(\frac{0,00000000577}{3,1415926536}\right)^2} = 91 \text{ mm}^2$$

Niepewność rozszerzona pola docisku przy liczbie pomiarów $n = 18$ i odpowiadającemu jej współczynnikowi rozszerzenia $k = 2,11$ (kwantyl rozkładu t -Studenta dla poziomu ufności 95%) [Szydłowski 2001] wynosi:

$$U(P) = 2,11 \cdot 91 = 192 \text{ mm}^2$$

Ostateczny wynik pomiaru powierzchni docisku wynosi:

$$P = (7672,00 \pm 192) \text{ mm}^2$$

Uzyskaną niepewność rozszerzoną powierzchni docisku można przedstawić jako wartość niemianowaną równą $U(P) = 0,025$. Uwzględniając dodatkowo wcześniej założoną niepewność rozszerzoną pomiaru siły, otrzymuje się niepewność wytrzymałości betonu $f_{cm,cyl}$:

$$U(f_{cm,cyl}) = [0,025^2 + 0,005^2]^{1/2} = 0,0255, \text{ czyli } U(f_{cm,cyl}) = 2,55\%$$

Wynika stąd, że niepewność wytrzymałości próbek rdzeniowych w przeliczeniu na wytrzymałość 28-dniową jest równa:

$$U(f_{cm28,cyl}) = 22,547 \cdot 0,0255 = 0,575 \text{ MPa}$$

Niepewność wytrzymałości 28-dniowej próbek sześciennych w przeliczeniu z wytrzymałości próbek rdzeniowych wynosi:

$$U(f_{cm28,cube}) = 28,184 \cdot 0,0255 = 0,719 \text{ MPa}$$

Ostateczny wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm28,cyl} = (22,547 \pm 0,575) \text{ MPa}$$

$$f_{cm28,cube} = (28,184 \pm 0,719) \text{ MPa}$$

Wariant 2. Drugi sposób pozwala oszacować niepewność pola docisku metodą uproszczoną według wzoru (3). W obliczeniach przyjmuje się stałą $\pi = 3,1416$ oraz wykorzystuje wartość niepewności całkowitej średnicy próbek podaną w tabeli 2. Niepewność złożona pola docisku wynosi:

$$u_c(P) = \frac{2 \cdot 7672}{98,8} \cdot 0,584 = 91 \text{ mm}^2$$

Wynik jest identyczny jak w metodzie ścisłej (wariant 1), wobec czego niepewność wytrzymałości betonu jest również taka sama jak poprzednio:

$$f_{cm28,cyl} = (22,547 \pm 0,575) \text{ MPa}$$

$$f_{cm28,cube} = (28,184 \pm 0,719) \text{ MPa}$$

Wariant 3. Sposób trzeci również wykorzystuje zasadę superpozycji, lecz do oszacowania niepewności określenia pola docisku sporządza się budżet niepewności, którego składniki zawierają równanie pomiaru powierzchni docisku. W obliczeniach przyjęto stałą $\pi = 3,1416$. Przyjęto średnią średnicę walców 98,8 mm. Równanie pomiaru powierzchni docisku przedstawia się następująco:

$$\bar{P} = \frac{\pi}{4} \cdot (\bar{d})^2 \quad (5)$$

gdzie: \bar{P} – średnia powierzchnia docisku [mm^2],

\bar{d} – średni wymiar średnicy próbki [mm],

$\frac{\pi}{4}$ – ułamek stałej π .

Równanie (5) pomiaru powierzchni docisku przyjmuje więc następującą postać niepewności:

$$u^2(\bar{P}) = u^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + u^2(\bar{d}) + u^2(\delta\bar{d}) \quad (6)$$

gdzie: $u(\pi/4)$ – niepewność wyznaczenia ułamka stałej π ,

$u(\bar{d})$ – niepewność wyznaczenia średniej średnicy próbki,

$u(\delta\bar{d})$ – niepewność wzorcowania zastosowana do wyznaczenia średnicy \bar{d} .

W celu oszacowania niepewności składników pola docisku sporządzono budżet niepewności, który podano w tabeli 4.

Tabela 4. Budżet niepewności pola docisku

Table 4. The uncertainty budget of the area clamp (specimen)

Symbol wielkości Quantity symbol	Estymata wielkości Quantity estimator	Niepewność standardowa Standard uncertainty	Rozkład prawdopodobieństwa Probability distribution	Współczynnik wrażliwości Coverage factor	Składowe niepewności złożonej Components of the combined standard uncertainty
Średnica (D) Diameter	98,8 mm	0,088	normalny	157	14 mm ²
Wzorcowanie (δD) Calibration	0 mm	0,584	prostokątny	157	92 mm ²
Stała π π constant	3,1416	0,000577	prostokątny	2500	1,44 mm ²
Powierzchnia (P) Sample area	7698 mm ²	×	×	×	93 mm ²

Niepewność rozszerzona powierzchni docisku przy współczynniku rozszerzenia $k = 2,11$ wynosi: $U(P) = 2,11 \cdot 93 \text{ mm}^2 = 196 \text{ mm}^2$, co odpowiada wartości względnej $U(P) = 0,0255$.

Ostateczny wynik pomiaru powierzchni docisku wynosi:

$$P = (7698,00 \pm 196) \text{ mm}^2$$

Uwzględniając dodatkowo niepewność rozszerzoną pomiaru siły przyjętą do obliczeń otrzymuje się niepewność wytrzymałości betonu ($f_{cm,cyl}$):

$$U(f_{cm,cyl}) = [0,0255^2 + 0,005^2]^{1/2} = 0,0260, \text{ czyli } U(f_{cm,cyl}) = 2,60\%$$

Wynika stąd, że:

$$U(f_{cm28,cyl}) = 22,547 \cdot 0,0260 = 0,586 \text{ MPa}$$

$$U(f_{cm28,cube}) = 28,184 \cdot 0,0260 = 0,733 \text{ MPa}$$

Ostateczny wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm,28,cyl} = (22,547 \pm 0,586) \text{ MPa}$$

$$f_{cm,28,cube} = (28,184 \pm 0,733) \text{ MPa}$$

Wariant 4. Niepewność rozszerzoną wytrzymałości średniej betonu ($f_{cm,cyl}$) szacujemy bezpośrednio ze wzoru (4), który opracowano dla próbek o dowolnym kształcie przekroju [Sobolewski 2012b]. Niepewność wytrzymałości 28-dniowej wynosi:

$$U(f_{cm,28,cyl}) = 22,547 \sqrt{\left(\frac{0,0012}{0,2369}\right)^2 + \left(\frac{0,000191}{0,007672}\right)^2} - 0,0990 \frac{0,0012 \cdot 0,000191}{0,2369 \cdot 0,007672} =$$

$$= 0,568 \text{ MPa}$$

$$U(f_{cm,28,cube}) = 28,184 \sqrt{\left(\frac{0,0012}{0,2369}\right)^2 + \left(\frac{0,000191}{0,007672}\right)^2} - 0,0990 \frac{0,0012 \cdot 0,000191}{0,2369 \cdot 0,007672} =$$

$$= 0,710 \text{ MPa}$$

Ostateczny wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm,28,cyl} = (22,547 \pm 0,568) \text{ MPa}$$

$$f_{cm,28,cube} = (28,184 \pm 0,710) \text{ MPa}$$

ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ PRÓBEK RDZENIOWYCH

Wynik badania wytrzymałości betonu na ściskanie jest estymatą wartości wielkości mierzonej. Dlatego oprócz estymaty konieczna jest także ilościowa informacja mówiąca o jakości wyniku, która pozwala między innymi oszacować jego porównywalność i wiarygodność. Ocenę wyniku badania można uzyskać na dwa sposoby: na podstawie tradycyjnie stosowanej estymacji statystycznej opartej na rachunku błędu pomiaru lub na podstawie teorii niepewności. Opracowana metodyka wyrażenia niepewności pomiaru wytrzymałości betonu na ściskanie, dotycząca próbek walcowych i rdzeniowych, zachowuje istotę pomiaru pośredniego i pozwala na kilka sposobów określić dokładność wyniku. Proponowane procedury obliczeniowe dają w każdym przypadku niemal taką samą ocenę wytrzymałości betonu na ściskanie (uzyskiwany jest zbliżony statystyczny przedział objęcia wartości oczekiwanej). W analizowanym przykładzie dotyczącym próbek rdzeniowych otrzymano z teorii niepewności (rozwiązanie ścisłe) wynik pomiaru wytrzymałości betonu w postaci:

$$f_{cm,28,cyl} = (22,547 \pm 0,575) \text{ MPa}$$

$$f_{cm,28,cube} = (28,184 \pm 0,719) \text{ MPa}$$

W celu wykazania słuszności stosowania teorii niepewności do oceny wyników pomiarów pośrednich konieczne jest porównanie otrzymanych rezultatów z obliczeniami

wykonanymi według tradycyjnie stosowanej estymacji statystycznej. Poniżej przedstawiono procedurę statystycznej oceny wyniku pomiaru.

Estymacja przedziałowa wartości średniej wytrzymałości betonu w klasycznym ujęciu, przy założonym poziomie ufności i liczbie próbek, jest następująca [Brunarski 2003, 2008, Czarnecki i in. 2004]:

$$f_{cm,28cyl} \pm k_n \frac{s_n}{\sqrt{n}} \text{ oraz } f_{cm,28cube} \pm k_n \frac{s_n}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

gdzie: $f_{cm,28cyl}$ – wytrzymałość średnia próbek walcowych po 28 dniach [MPa],
 $f_{cm,28cube}$ – wytrzymałość średnia próbek sześciennych po 28 dniach [MPa],
 k_n – kwantyl rozkładu t -Studenta lub rozkładu normalnego, zależny od liczby próbek i poziomu ufności,
 s_n – odchylenie standardowe wielkości $f_{cm,28cyl}$ lub $f_{cm,28cube}$,
 n – liczba próbek w serii.

Wobec czego dla $n = 18$ oraz poziomu ufności 95% ($k = 2,11$) wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm,28cyl} = 22,547 \pm 1,448 \text{ MPa}$$

$$f_{cm,28cube} = 28,184 \pm 1,810 \text{ MPa}$$

Kwantyle nie uwzględniają wpływu różnic wytrzymałości próbek pobranych w warunkach *in situ* i na próbkach normowych. Z praktyki wynika, że wytrzymałość betonu w konstrukcji jest mniejsza od uzyskanej na analogicznie pielęgnowanych próbkach w laboratorium. Zakłada się, że iloraz wytrzymałości charakterystycznej betonu z odwierćców i wytrzymałości oznaczonej na próbkach normowych wynosi 0,85 [PN EN 13791]. Wobec czego:

$$f_{cm,28cyl} = \frac{22,547}{0,85} \pm 1,448 = 26,526 \pm 1,448 \text{ MPa}$$

$$f_{cm,28cube} = \frac{28,184}{0,85} \pm 1,810 = 33,158 \pm 1,810 \text{ MPa}$$

Ponieważ przedstawione wcześniej obliczenia dotyczące oceny wytrzymałości wykonane zgodnie z teorią niepewności wykorzystują współczynnik rozszerzenia (k), który również nie uwzględnia wpływu różnic wytrzymałości próbek pobranych w warunkach *in situ* i na próbkach normowych, więc wyniki wytrzymałości należy przedstawić w następującej postaci:

$$f_{cm,28cyl} = 26,526 \pm 0,575 \text{ MPa}$$

$$f_{cm,28cube} = 33,158 \pm 0,719 \text{ MPa}$$

Wytrzymałość średnia betonu ($f_{cm,28cyl}$) uzyskana na rdzeniach o smukłości (l/d) równej 2 odpowiada wytrzymałości charakterystycznej betonu próbek walcowych ($f_{ck,cyl}$). Wartości wytrzymałości charakterystycznej (26,526 MPa) oraz odpowiadającej jej wytrzymałości dla próbek sześciennych (33,158 MPa) pozwalają zaklasyfikować badany beton do klasy wytrzymałości C25/30. W dalszej kolejności należałoby przeprowadzić ocenę zgodności betonu, która wykracza poza zakres niniejszej pracy.

Sposób prezentacji wyniku wytrzymałości betonu na ściskanie próbek rdzeniowych otrzymany z teorii niepewności w porównaniu z wynikiem wytrzymałości uzyskanym na podstawie estymacji statystycznej jest bardziej dokładny. Dokładność wyniku przy zastosowaniu teorii niepewności w omawianym przykładzie jest 2,5-krotnie większa.

PODSUMOWANIE

Estymacja niepewności wytrzymałości betonu jest zagadnieniem złożonym. Niepewność wytrzymałości betonu na ściskanie składa się z dwóch rodzajów niepewności: pomiaru siły i określenia powierzchni docisku. W praktyce stosuje się dokładne prasy niszczące (klasa 0,5 lub 1), które pozwalają mierzyć wartość siły z małą niepewnością. Maszyny klasy 1. charakteryzują się zazwyczaj niepewnością rozszerzoną (przy $k = 2$ dla rozkładu normalnego i dużej liczby pomiarów) w zakresie siły 200–400 kN – około 0,2–0,3%. Większe wartości sił mierzone są z jeszcze mniejszą niepewnością. W rozważanym przypadku zwiększono niepewność pomiaru siły 2-krotnie względem realnych wartości występujących w praktyce, a i tak stanowi ona nieznaczną część niepewności wytrzymałości betonu. Pomiaru średnicy próbek w badaniach wytrzymałościowych z dokładnością do 0,5% (tym bardziej 1%) wymiaru są zdecydowanie za mało dokładne, gdyż nie wykorzystuje się poziomu dokładności współcześnie stosowanych pras niszczących. O niepewności wytrzymałości betonu decyduje przede wszystkim dokładność wyznaczenia pola powierzchni docisku. Dlatego w pomiarach średnicy próbek zaleca się stosowanie wyłącznie suwniarek elektronicznych o rozdzielczości 0,01 mm, a wyniki należy przyjmować z dokładnością $\pm 0,1$ mm. Z teorii niepewności uzyskuje się dużo mniejszy przedział objęcia wartości oczekiwanej niż odpowiadający mu przedział ufności z estymacji statystycznej. Różnica w analizowanym przypadku jest aż 2,5-krotna. Będzie ona jeszcze większa na korzyść teorii niepewności, gdy zachowamy dokładność wyznaczenia średnicy próbek na poziomie 0,1 mm, a nie 1 mm. Oznacza to bardziej precyzyjny sposób przedstawienia wyniku pomiaru przy stosowaniu teorii niepewności.

Szacowanie niepewności w badaniach wytrzymałościowych betonu możliwe jest na kilka sposobów, z których otrzymuje się spójne wyniki. Dla próbek normowych o średnicy 150 mm można dokonać estymacji niepewności pola docisku na podstawie budżetu niepewności zawierającego odchyłki rzeczywistych wymiarów próbek od wymiaru nominalnego. Do oceny pomiaru powierzchni docisku próbek walcowych można stosować metodę uproszczoną (wzór 3) przy zaokrągleniu stałej π maksymalnie do jednej dziesięciotysięcznej ($\pi = 3,1416$). Podany w pracy algorytm szacowania niepewności nadaje się do badań wytrzymałościowych innych materiałów zarówno na ściskanie, jak i rozciąganie osiowe próbek walcowych, gdyż przedstawione wzory dotyczą kształtu próbek, a nie rodzaju materiału.

PIŚMIENNICTWO

- Ajdukiewicz A., Kliszczewicz A., 1994. Wytrzymałość walcowa i odkształcalność betonu w konstrukcji i w próbkach. XL Konferencja Naukowa KILiW PAN, Krynica, 5–10.
- Ajdukiewicz A., Starosolski W., Sulimowski Z., 1998. Konstrukcje betonowe. Laboratorium. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
- Brunarski L., 1994. Metody badawcze stosowane przy ocenie konstrukcji budowlanych – oszacowanie wytrzymałości betonu in situ. Materiały z sesji ITB „Diagnostyka i wzmacnianie konstrukcji żelbetowych”. ITB, Warszawa.
- Brunarski L., 2003. Kryteria zgodności wg PN-EN206-1:2003. Beton w praktyce. Komentarze do normy PN-EN 206-1. Polski Cement, Kraków.
- Brunarski L., 2008. Wyznaczanie niepewności wyników badań wytrzymałościowych. Poradnik. ITB 435, Warszawa.
- Czarnecki L. i in., 2004. Beton według normy PN-EN 206-1 – komentarz. Polski Cement, Kraków.
- Drobiec Ł., Jasiński R., Piekarczyk A., 2010. Diagnostyka konstrukcji żelbetowych. Metodologia, badania polowe, badania laboratoryjne betonu i stali. T. 1. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Jaworski J. i in., 1999. Wyrażanie niepewności w pomiarach. Przewodnik. GUM, Warszawa.
- Lewiński J., Lindemann Z.R., Linke W., Misiak J., Orsetti W.M., Puciłowski K., 2000. Mechanika techniczna. Laboratorium. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Lipczyński J., Okołowicz M., Olczak S., Rybka E., 1974. Tablice matematyczne, fizyczne, chemiczne i astronomiczne. WSiP, Warszawa.
- Nagrodzka-Godycka K., 1999. Badanie właściwości betonu i żelbetu w warunkach laboratoryjnych. Arkady, Warszawa.
- Neville A.M., 2000. Właściwości betonu. Polski Cement, Kraków.
- PN-EN 206-1:2003 Beton – Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność.
- PN-EN 12390-1:2001 Badania betonu. Część 1: Kształt, wymiary i inne wymagania dotyczące próbek do badania i form.
- PN-EN 12390-3:2011 Badania betonu. Część 3: Wytrzymałość na ściskanie próbek do badania.
- PN-EN 12504-1:2001 Badania betonu w konstrukcjach. Część 1: Odwierty rdzeniowe. Wycinanie, ocena i badanie wytrzymałości na ściskanie.
- PN-EN 13791:2008 Ocena wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcjach i prefabrykowanych wyrobach betonowych.
- Sobolewski M., 2012a. Niepewność wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskiwana na próbkach sześciennych. *Acta Scientiarum Polonorum, Architectura* 11 (1), 39–48.
- Sobolewski M., 2012b. Oszacowanie niepewności wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskiwanej na próbkach sześciennych. *Acta Scientiarum Polonorum, Architectura* 11 (4), 17–28.
- Szydłowski H., 2001. Niepewności w pomiarach. Międzynarodowe standardy w praktyce. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.
- Woźniak M., 2012. Wzorcowanie siłomierzy i przetworników siły. *Metrologia. Biuletyn Głównego Urzędu Miar* 1, 7, 13–20.

UNCERTAINTY OF DETERMINING CONCRETE COMPRESSION STRENGTH COMES FROM CYLINDRICAL SPECIMENS TESTS

Abstract. In practice, there is the lack of a simple algorithm derived from the theory of the uncertainty for the development of the measurement results for concrete compression strength. The article presents several variants for estimating the uncertainty of measure-

ment results of the surface pressure for cylindrical samples and their average compression strength. Developed formulas deal with standard cylindrical samples and core samples coming from walls in concrete construction. In addition, it has been shown what is the impact of adopting the accuracy of the mathematical constant π , and measured diameter on the uncertainty results of the cross-sectional area of cylindrical samples, and consequently also the results of the average compressive concrete strength. Presented analysis showed that during application of typical compression machines (class 0.5 and 1) in concrete study the uncertainty of designated strength depends mainly on the accuracy in measuring the diameter of the samples and the accuracy of the determination of the surface pressure. In the light of the above, the guidelines contained in the standards for determining the diameter of the samples with an accuracy of 0.5% size (e.g. 100 mm \pm 0.5 mm) and determination based on the cross-sectional area – is insufficient. In the case of samples having a diameter at least 100 mm, it is recommended to set it with an accuracy of \pm 0.1 mm using resolution of calipers 0.01 mm.

Key words: strength of concrete, uncertainty of result, estimation of strength, class of strength, cylindrical samples

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 20.12.2013