

WPLYW NUMERYCZNEGO MODELU TERENU NA DOKŁADNOŚĆ WYZNACZENIA APROKSYMOWANEJ POWIERZCHNI OBIEKTU

Jerzy Wysocki, Paweł Orłowski

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Streszczenie. W pracach projektowych dotyczących obiektów powierzchniowych potrzebna jest często znajomość nie tylko rzutu powierzchni terenu na płaszczyznę poziomą, ale również rzeczywistych (przestrzennych) wymiarów tej powierzchni. Szybki rozwój numerycznych modeli terenu pozwala na usprawnienie rozwiązywania takich zagadnień. Zostały opracowane programy komputerowe do obliczania rzeczywistej powierzchni terenu na podstawie posiadanego zbioru NMT. Jednak możliwość korzystania przez użytkowników (projektantów) z istniejących i nowo tworzonych zbiorów NMT, pozyskiwanych różnymi metodami, będzie zależała przede wszystkim od dokładności tych modeli. W pracy podjęto zagadnienie wpływu NMT na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni terenu. Przeprowadzone analizy mogą być pomocne przy wyborze optymalnego dla określonych potrzeb zbioru NMT, na przykład ze zbiorów danych geodezyjnych gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym (PZGiK).

Słowa kluczowe: numeryczne modele terenu, obliczanie powierzchni

WSTĘP

W pracach projektowych dotyczących obiektów powierzchniowych potrzebna jest często znajomość nie tylko rzutu powierzchni terenu na płaszczyznę poziomą, ale również rzeczywistych (przestrzennych) wymiarów tej powierzchni. Przykładem takich opracowań mogą być zagadnienia gospodarki wodnej, gdzie występuje potrzeba obliczania rzeczywistej powierzchni zwilżanej (zbiorniki retencyjne, zlewnie, tereny zalewowe itp.), czy też zagadnienia ewidencji gruntów i gospodarki rolnej, gdzie może występować potrzeba obliczania rzeczywistej powierzchni działek czy użytków gruntowych [Wysocki i Orłowski 1998]. Szybki rozwój numerycznych modeli terenu pozwala na usprawnienie

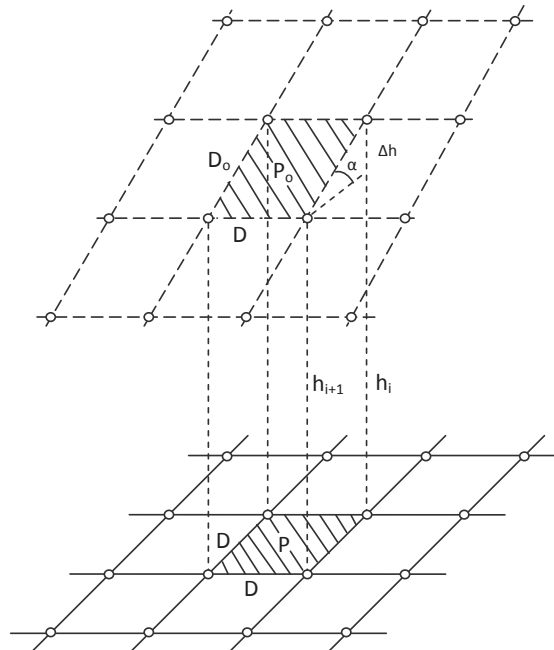
Adres do korespondencji – Corresponding author: Jerzy Wysocki, Paweł Orłowski, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii Budowlanej, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa, e-mail: jerzy_wysocki@sggw.pl, pawel_orlowski@sggw.pl

takich prac. Możliwość korzystania przez użytkowników (projektantów) z istniejących oraz nowo tworzonych i gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym NMT pozyskiwanych różnymi metodami [Wysocki 2008] będzie zależała przede wszystkim od dokładności tych modeli. Poniżej przedstawiono analizy przeprowadzone w celu określenia wpływu numerycznego modelu terenu na dokładność określenia aproksymowanej powierzchni.

METODYKA ANALIZ

Najczęściej metody NMT stosują regularne siatki punktów do opisu określonej powierzchni. Wysokości punktów opisujących daną powierzchnię, tworzących na płaszczyźnie poziomej regularną siatkę, otrzymuje się na ogół przez interpolację punktów NMT tej powierzchni [Piasek i in. 1981], pomierzonych na przykład za pomocą tachimetrii elektronicznej, metodami fotogrametrycznymi, techniką GPS czy też techniką lotniczego skaningu laserowego. Do analiz przyjęto, że powierzchnia danego obiektu aproksymowana jest zbiorem (siatką) punktów NMT oraz regularną siatką wygenerowanych na ich podstawie punktów tworzących na płaszczyźnie poziomej n „oczek” o wymiarach i powierzchni oczka $P = D \times D$ (rys. 1).

Zgodnie z rysunkiem 1 rzeczywista powierzchnia oczka siatki na powierzchni terenu nachylonej pod kątem α wynosi $P_o = D \times D_o$. Powierzchnia obiektu w rzucie na płaszc-



Rys. 1. Schemat siatki NMT

Fig. 1. Schema of the DTM grid

czyzną poziomą (na mapie) wyniesie $P_{ob} = P \times n$, a rzeczywista całkowita powierzchnia obiektu będzie wynosiła $P_c = P_o \times n$.

Różniczkując formułę:

$$P_o = D \times D_o \quad (1)$$

możemy obliczyć błąd średni rzeczywistej powierzchni oczka siatki:

$$m_{P_o} = \pm \sqrt{D_o^2 m_D^2 + D^2 m_{D_o}^2} \quad (2)$$

gdzie: m_D, m_{D_o} – błędy średnie określenia długości boków siatki D oraz D_o .

Ponieważ wymiar siatki D na płaszczyźnie poziomej jest wielkością zdeterminowaną, więc przyjmujemy $m_D = 0$. Uwzględniając to we wzorze (2), otrzymamy:

$$m_{P_o} = \pm \sqrt{D^2 m_{D_o}^2} = \pm D m_{D_o} \quad (3)$$

Z rysunku 1 wynika, że:

$$D_o = \sqrt{\Delta h^2 + D^2} \quad (4)$$

gdzie Δh stanowi różnicę wysokości dwóch sąsiednich punktów tworzących narożniki regularnej siatki.

Różniczkując wzór (4), uzyskamy formułę na błąd średni boku siatki:

$$m_{D_o} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}}\right)^2 m_{\Delta h}^2 + \left(\frac{D}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}}\right)^2 m_D^2} \quad (5)$$

Podstawiając do wzoru (5) $m_D = 0$, otrzymamy:

$$m_{D_o} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}}\right)^2 m_{\Delta h}^2} = \pm \frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}} m_{\Delta h} \quad (6)$$

Zgodnie z rysunkiem 1, Δh zapiszemy jako:

$$\Delta h = h_i - h_{i+1} \quad (7)$$

Przyjmując, że wysokości (h) punktów powierzchni terenu tworzących na płaszczyźnie poziomej regularną siatkę zostały wyznaczone (wyinterpolowane) z błędami średnimi (m_h) oraz różniczkując wzór (7), otrzymamy:

$$m_{\Delta h} = \pm m_h \sqrt{2} \quad (8)$$

Podstawiając tę zależność do wzoru (6), otrzymamy:

$$m_{D_o} = \pm \frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}} m_h \sqrt{2} \quad (9)$$

Z kolei podstawiając zależność (9) do wzoru (3), otrzymamy formułę na błąd średni powierzchni oczka siatki:

$$m_{Po} = \pm D \frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}} m_h \sqrt{2} \quad (10)$$

W poniższych analizach wartości błędów m_h określano na podstawie wcześniej zaproponowanej [Wysocki 1998] metody oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu za pomocą siatki punktów NMT, która w postaci ogólnej została zapisana następująco:

$$m_h^2 = p_1 A^2 + p_2 (D \operatorname{tg} \alpha)^2 + C^2 \quad (11)$$

gdzie: m_h – średni błąd wysokości wyznaczanego (interpolowanego) punktu powierzchni terenu, określający również dokładność aproksymacji powierzchni terenu na podstawie punktów odniesienia (punktów NMT),

p_1 – współczynnik zależny od zastosowanej metody interpolacji,

A – parametr charakteryzujący za pomocą błędu średniego dokładność pomiaru (określenia) wysokości punktów odniesienia (punktów NMT),

p_2 – współczynnik wynikający z wpływu kąta α , występującego tutaj jako parametr związany z oddziaływaniem warunków terenowych – chropowatość terenu [Wysocki 2008],

D – przeciętna odległość punktów siatki odniesienia (NMT),

α – przeciętny kąt nachylenia terenu na opracowywanym obszarze,

$C = Dt$ – charakteryzuje za pomocą współczynnika t wpływ chropowatości terenu na dokładność aproksymacji jego powierzchni przy małych (bliskich zero) wartościach kąta nachylenia terenu i różnych wielkościach D .

Wartości współczynników formuły (11) zostały wyznaczone na podstawie badań przeprowadzonych na obiektach naturalnych oraz badań eksperymentalnych na modelach powierzchni terenu generowanych za pomocą komputera z wykorzystaniem założeń teorii fraktali [Wysocki 2007, 2008, 2010a, b]. Wyznaczone wartości współczynników przedstawiono w formule:

$$m_h^2 = 0,55 A^2 + 0,000015 (D^2 \operatorname{tg} \alpha)^2 + (D \cdot 0,0020)^2 \quad (12)$$

Należy dodać, że opracowana metoda oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu za pomocą siatki punktów NMT ma istotne zalety, ale oczywiście nie wyczerpuje zagadnienia dokładności numerycznych modeli terenu. Prace badawcze w tym zakresie prowadzone są w różnych ośrodkach naukowych [Wechsler 2001, Oksanen 2006, Fisher i Tate 2006, Kraus i in. 2006, Hejmanowska i in. 2008].

Rzeczywistą całkowitą powierzchnię obiektu (P_c) aproksymowaną regularną siatką punktów, będącą sumą n oczek, zapisano wyżej jako:

$$P_c = P_o n \quad (13)$$

Różniczkując wzór (13), otrzymamy formułę na błąd średni całkowitej powierzchni obiektu w postaci:

$$m_{Pc} = \pm m_{Po} \sqrt{n} \quad (14)$$

Podstawiając do wzoru (14) m_{Po} z wzoru (10), otrzymamy:

$$m_{Pc} = \pm D \frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + D^2}} m_h \sqrt{2n} \quad (15)$$

Należy dodać, że dla oszacowania wpływu NMT na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni terenu (m_{Pc}) posłużono się prostym modelem powierzchni rzeczywistej (rys. 1). Autorzy przeanalizowali wcześniej to zagadnienie i doszli do wniosku, że przyjęcie bardziej złożonego modelu w dużo większym stopniu skomplikowałoby przeprowadzenie analiz, nie dając jednak istotnie lepszych rezultatów z uwagi na konieczność wprowadzenia w analizach takiego modelu niezbędnych uproszczeń. W związku z tym uznano przedstawione rozwiązanie za wystarczające na potrzeby inżynierskie.

ANALIZA WPLYWU NUMERYCZNEGO MODELU TERENU NA DOKŁADNOŚĆ WYZNACZENIA APROKSYMOWANEJ POWIERZCHNI OBIEKTU

Do przeprowadzenia analiz ilościowych ilustrujących omawiane zagadnienie przyjęto obiekt o powierzchni w rzucie na płaszczyznę poziomą $P_{ob} = 500 \text{ m} \times 500 \text{ m} = 250\,000 \text{ m}^2$. Do analiz wprowadzono różne warianty przeciętnego kąta nachylenia terenu na obszarze obiektu $\alpha = 1, 2, 4, 6, 10$ i 15° . Ponieważ w metodach NMT przyjmuje się na ogół, że gęstość regularnej siatki powinna odpowiadać przeciętnej gęstości siatki punktów odniesienia, więc przyjęto, że wybrane wymiary obydwu wariantów siatek NMT wykorzystanych do obliczenia odpowiednich wielkości wynoszą: $D = 5, 10, 25, 50$ i 75 m oraz 100 m , a wysokości punktów narożnych siatek regularnych zostały oszacowane z błędami średnimi (m_h) obliczonymi według formuły (12). Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni oszacowano za pomocą błędów średnich (m_{Po}, m_{Pc}) obliczonych dla wybranych kombinacji powyższych różnych wariantów danych według formuł (10) i (15). Wyniki przeprowadzonych analiz zestawiono w tabelach 1a i 1b oraz zilustrowano na rysunkach 2a i 2b, a także w tabelach 2a i 2b ilustrując je na rysunkach 3a i 3b.

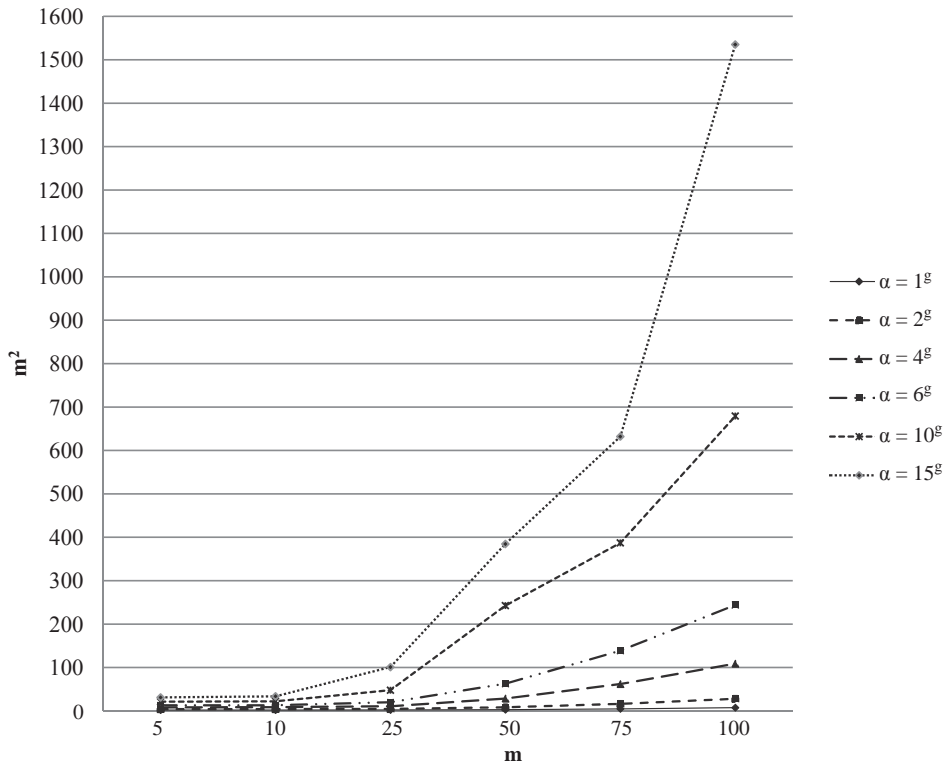
Do analiz przedstawionych w tabeli 1a oraz zilustrowanych na rysunku 2a przyjęto, że dokładność pomiaru wysokości punktów odniesienia (punktów NMT) wynosiła $A = \pm 0,25 \text{ m}$, a wymiar siatek wynosił $D = 5, 10, 25, 50, 75$ i 100 m . Natomiast do analiz przedstawionych w tabeli 1b oraz zilustrowanych na rysunku 2b przyjęto, że dokładność pomiaru wysokości punktów odniesienia wynosiła $A = \pm 5,00 \text{ m}$, a wymiar wybranych wariantów siatek wynosił $D = 5, 10, 25, 50, 75$ i 100 m . Obliczenia według formuł (10) i (15) wykonano dla powyższych wybranych wariantów przeciętnego kąta nachylenia terenu na obszarze obiektu $\alpha = 1, 2, 4, 6, 10$ i 15° . Jak wynika z tabel 1a, b i rysunków 2a, b, przy ustalonej dokładności pomiaru wysokości punktów odniesienia A oraz przy zwiększającym się przeciętnym kącie nachylenia terenu α wymiar siatki powyżej $D = 25 \text{ m}$ ma istotny i wzrastający wpływ na zwiększanie się średniego błędu obliczenia aprok-

Tabela 1a. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $A = \pm 0,25\text{ m}$
 Table 1a. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $A = \pm 0,25\text{ m}$

$A = \pm 0,25\text{ m}$												
D	P	n	$\alpha = 1^{\text{e}}$				$\alpha = 2^{\text{e}}$					
			m_h	P_o	mp_o	P_c	mp_c	m_h	P_o	mp_o	P_c	
m	m^2	–	m	m^2	m^2	m^2	m^2	m	m^2	m^2	m^2	m^2
5	25	10 000	0,18	25,0	0,02	2,0	25,0	0,19	25,0	0,04	4,0	
10	100	2 500	0,19	100,0	0,04	2,0	100,0	0,19	100,0	0,08	4,0	
25	625	400	0,20	625,0	0,11	2,2	625,2	0,20	625,2	0,22	4,4	
50	2 500	100	0,26	2 500,5	0,29	2,9	2 501,0	0,37	2 501,0	0,82	8,2	
75	5 625	44,444	0,42	5 625,8	0,70	4,7	5 628,0	0,72	5 628,0	2,40	16,0	
100	10 000	25	0,67	10 001,0	1,49	7,4	10 005,0	1,25	10 005,0	5,55	27,8	
$\alpha = 4^{\text{e}}$												
5	25	10 000	0,19	25,0	0,08	8,0	25,1	0,19	25,1	0,13	13,0	
10	100	2 500	0,19	100,2	0,17	8,5	100,4	0,19	100,4	0,26	13,0	
25	625	400	0,24	626,2	0,53	10,6	627,8	0,30	627,8	1,00	20,0	
50	2 500	100	0,64	2 505,0	2,84	28,4	2 511,0	0,94	2 511,0	6,20	62,5	
75	5 625	44,444	1,39	5 636,2	9,26	61,8	5 649,8	2,08	5 649,8	20,8	138,7	
100	10 000	25	2,45	10 020,0	21,75	108,8	10 044,0	3,67	10 044,0	48,8	244,0	
$\alpha = 10^{\text{e}}$												
5	25	10 000	0,19	25,3	0,21	21,0	25,7	0,19	25,7	0,37	31,0	
10	100	2 500	0,20	101,2	0,44	22,0	102,8	0,21	102,8	0,67	33,5	
25	625	400	0,43	632,8	2,38	47,6	642,7	0,61	642,7	5,04	100,8	
50	2 500	100	1,55	2 531,0	24,25	242,5	2 571,0	2,33	2 571,0	38,45	384,5	
75	5 625	44,444	3,46	5 694,8	57,42	387,0	5 784,8	5,04	5 784,8	124,75	632,1	
100	10 000	25	6,14	10 125,0	135,85	679,2	10 284,0	9,30	10 284,0	307,06	1535,3	

Tabela 1b. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $A = \pm 5,00\text{ m}$
 Table 1b. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $A = \pm 5,00\text{ m}$

		$A = \pm 5,00\text{ m}$												
D	P	n	$\alpha = 1^\circ$					$\alpha = 2^\circ$						
			m_h	P_o	m_{Po}	P_c	m_{Pc}	m_h	P_o	m_{Po}	P_c	m_{Pc}		
m	m^2	-	m	m^2	m^2	m^2	m^2	m	m^2	m^2	m^2	m^2	m^2	m^2
5	25	10 000	3,71	25,0	0,42	40,0	3,71	25,0	0,80	40,0	3,71	25,0	0,80	80,0
10	100	2 500	3,71	100,0	0,84	40,0	3,71	100,0	1,58	40,0	3,71	100,0	1,58	80,0
25	625	400	3,71	625,0	2,05	41,0	3,71	625,2	3,98	41,0	3,71	625,2	3,98	80,0
50	2 500	100	3,71	2 500,5	4,09	41,0	3,72	2 501,0	8,03	41,0	3,72	2 501,0	8,03	80,3
75	5 625	44,444	3,73	5 625,8	6,22	41,5	3,77	5 628,0	12,23	41,5	3,77	5 628,0	12,23	81,5
100	10 000	25	3,76	10 001,0	8,35	41,8	3,91	10 005,0	16,88	41,8	3,91	10 005,0	16,88	84,4
$\alpha = 4^\circ$														
5	25	10 000	3,71	25,0	1,62	162,0	3,71	25,1	2,46	162,0	3,71	25,1	2,46	246,0
10	100	2 500	3,71	100,2	3,30	165,0	3,71	100,4	4,91	165,0	3,71	100,4	4,91	246,0
25	625	400	3,71	626,2	8,72	165,0	3,71	627,8	12,33	165,0	3,71	627,8	12,33	246,6
50	2 500	100	3,76	2 505,0	16,66	166,6	3,82	2 511,0	25,44	166,6	3,82	2 511,0	25,44	254,4
75	5 625	44,444	3,96	5 636,2	26,38	175,9	4,24	5 649,8	42,33	175,9	4,24	5 649,8	42,33	282,2
100	10 000	25	4,44	10 020,0	39,42	197,1	5,21	10 044,0	69,32	197,1	5,21	10 044,0	69,32	346,6
$\alpha = 6^\circ$														
5	25	10 000	3,71	25,3	4,10	410,0	3,71	25,7	6,12	410,0	3,71	25,7	6,12	612,0
10	100	2 500	3,71	101,2	8,19	410,0	3,71	102,8	12,24	410,0	3,71	102,8	12,24	612,0
25	625	400	3,73	632,8	20,63	412,0	3,75	642,7	30,94	412,0	3,75	642,7	30,94	618,8
50	2 500	100	4,01	2 531,0	44,36	443,6	4,38	2 571,0	72,78	443,6	4,38	2 571,0	72,78	722,8
75	5 625	44,444	5,07	5 694,8	84,14	560,9	6,41	5 784,8	158,75	560,9	6,41	5 784,8	158,75	1 058,3
100	10 000	25	7,17	10 125,0	158,63	793,2	10,01	10 284,0	330,50	793,2	10,01	10 284,0	330,50	1 652,5
$\alpha = 15^\circ$														

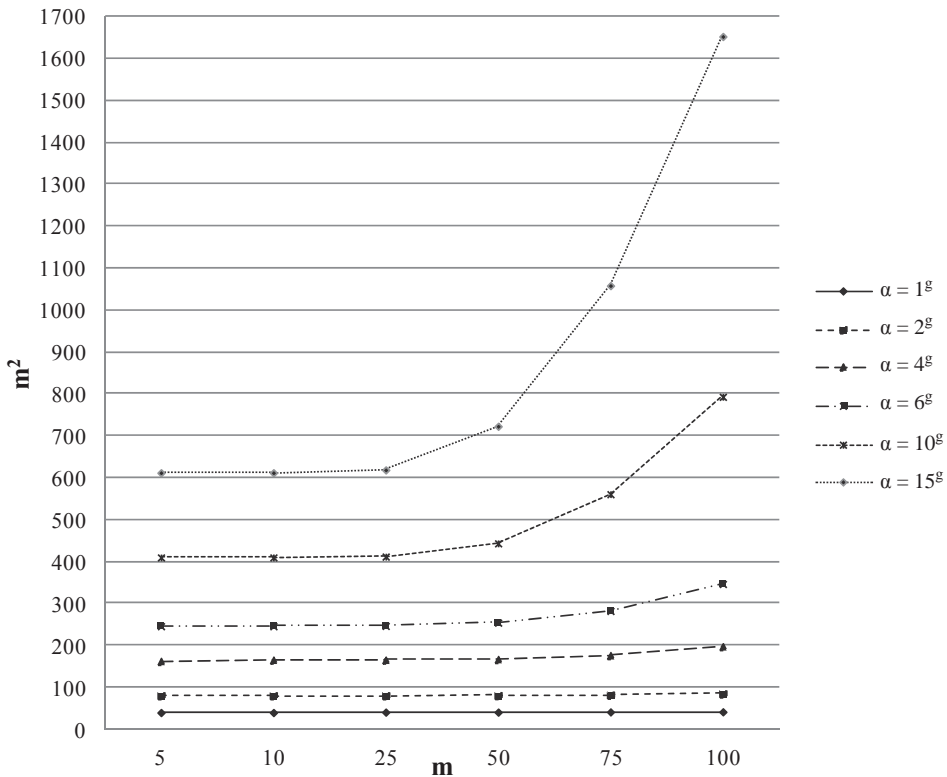


Rys. 2a. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $A = \pm 0,25\text{ m}$ (na podstawie tabeli 1a)

Fig. 2a. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $A = \pm 0,25\text{ m}$ (by Table 1a)

symowanej powierzchni terenu (m_{pc}). Z powyższych danych wynika również, że przy ustalonej dokładności pomiaru wysokości punktów odniesienia A oszacowana wielkość błędu średniego (m_{pc}) w głównym stopniu zależy od kąta nachylenia terenu. Z tabeli 1a wynika również, że przy $A = \pm 0,25\text{ m}$ i wzrastającym wymiarze siatki powyżej 25 m oraz wzrastającym przeciętnym kącie nachylenia terenu powyżej 1° wartości błędów m_h , uwzględniających wpływ warunków terenowych, przekraczają wartości błędów A , wynikających jedynie z dokładności metody pomiaru punktów NMT. W takich przypadkach, w celu poprawnego oszacowania wartości m_{pc} , błędy wysokości A punktów siatek uzyskanych na przykład ze zbioru danych pomiarowych NMT powinny być odpowiednio zmodyfikowane w celu uwzględnienia wpływu warunków terenowych, na przykład według formuły (12).

Ponieważ użytkownicy (projektanci) mogą wykorzystywać NMT o różnej dokładności wyznaczenia wysokości punktów siatki, więc dla zilustrowania tego zagadnienia przeprowadzono odpowiednie analizy, których wyniki przedstawiono w tabelach 2a, b oraz zilustrowano na rysunkach 3a, b. Do analiz przedstawionych w tabeli 2a przyjęto, że przeciętny kąt nachylenia terenu na obszarze rozpatrywanego obiektu $\alpha = 2^\circ$, siatki punk-



Rys. 2b. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $A = \pm 5,00\text{ m}$ (na podstawie tabeli 1b)

Fig. 2b. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $A = \pm 5,00\text{ m}$ (by Table 1b)

tów miały wymiary $D = 5, 10, 25, 50, 75$ i 100 m , a punkty odniesienia zostały pomierzone z dokładnością $A = \pm 0,25, \pm 0,50, \pm 1,0, \pm 1,5, \pm 2,5$ i $\pm 5,0\text{ m}$, w drugim zaś wariancie, zilustrowanym w tabeli 2b, dla tych samych danych przyjęto wartość przeciętnego kąta nachylenia terenu na obszarze obiektu $\alpha = 15^\circ$. Z tabel 2a, b oraz rysunków 3a, b wynika, że przy ustalonej przeciętnej wartości kąta nachylenia terenu α i zwiększającym się błędzie średnim A pomiaru wysokości punktów siatki odniesienia zwiększający się wymiar siatki NMT, powyżej $D = 25\text{ m}$, w sposób istotny wpływa na zwiększanie się średniego błędu obliczenia aproksymowanej powierzchni (m_{pc}).

PODSUMOWANIE

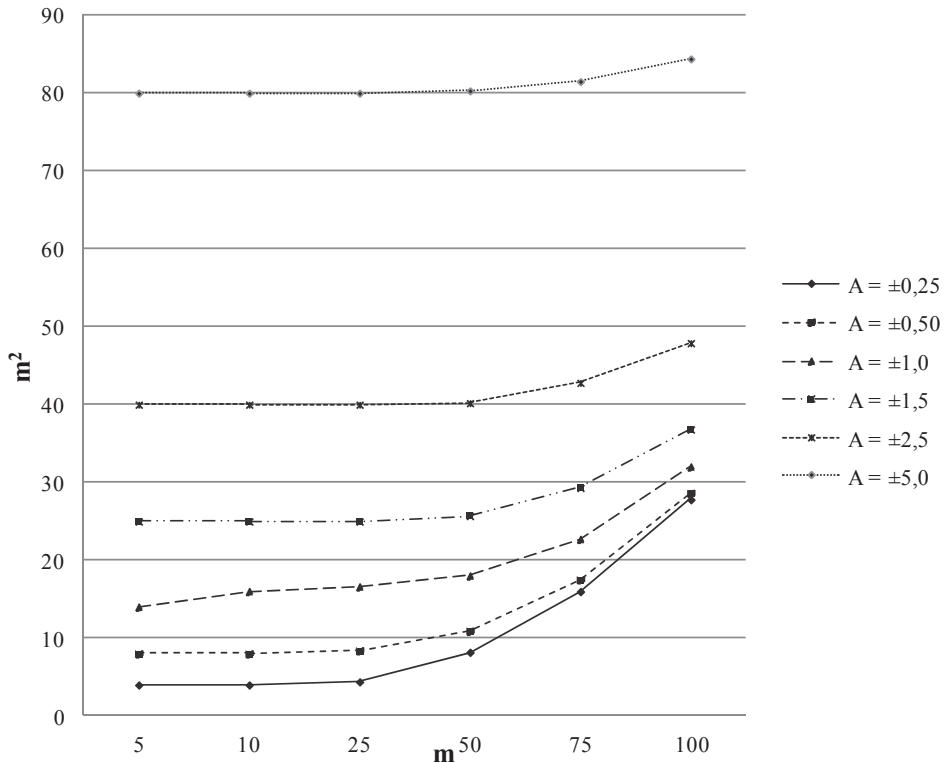
Przeprowadzone analizy pozwoliły na oszacowanie wpływu numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni. Z przeprowadzonych analiz wynika ogólny wniosek, że przy zwiększającym się przeciętnym kącie nachylenia terenu na obszarze obiektu (α) oraz wzrastającym średnim błędzie pomiaru wysokości

Tabela 2a. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $\alpha = 2^{\text{s}}$
 Table 2a. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $\alpha = 2^{\text{s}}$

$\alpha = 2^{\text{s}}$											
D	P	n	A = ±0,25 m				A = ±0,50 m				
			m_h	P_o	m_{P_o}	P_c	m_{P_c}	m_h	P_o	m_{P_o}	P_c
m	m ²	-	m	m ²	m ²	m ²	m ²	m	m ²	m ²	
5	25	10 000	0,19	25,0	0,04	4,0	25,0	0,37	25,0	0,08	8,0
10	100	2 500	0,19	100,0	0,08	4,0	100,0	0,37	100,0	0,16	8,0
25	625	400	0,20	625,2	0,22	4,4	625,2	0,38	625,2	0,42	8,4
50	2 500	100	0,37	2 501,0	0,82	8,2	2 501,0	0,49	2 501,0	1,09	10,9
75	5 625	44,444	0,72	5 628,0	2,40	16,0	5 628,0	0,79	5 628,0	2,63	17,5
100	10 000	25	1,25	10 005,0	5,55	27,8	10 005,0	1,29	10 005,0	5,72	28,6
A = ±1,0 m											
5	25	10 000	0,74	25,0	0,14	14,0	25,0	1,11	25,0	0,25	25,0
10	100	2 500	0,74	100,0	0,32	16,0	100,0	1,11	100,0	0,49	25,0
25	625	400	0,75	625,2	0,83	16,6	625,2	1,12	625,2	1,23	25,0
50	2 500	100	0,81	2 501,0	1,80	18,0	2 501,0	1,16	2 501,0	2,57	25,7
75	5 625	44,444	1,02	5 628,0	3,40	22,7	5 628,0	1,32	5 628,0	4,40	29,3
100	10 000	25	1,44	10 005,0	6,39	32,0	10 005,0	1,66	10 005,0	7,37	36,8
A = ±2,5 m											
5	25	10 000	1,85	25,0	0,41	40,0	25,0	3,71	25,0	0,80	80,0
10	100	2 500	1,85	100,0	0,79	40,0	100,0	3,71	100,0	1,58	80,0
25	625	400	1,86	625,2	2,00	40,0	625,2	3,71	625,2	3,98	80,0
50	2 500	100	1,86	2 501,0	4,02	40,2	2 501,0	3,72	2 501,0	8,03	80,3
75	5 625	44,444	1,98	5 628,0	6,42	42,8	5 628,0	3,77	5 628,0	12,23	81,5
100	10 000	25	2,22	10 005,0	9,58	47,9	10 005,0	3,91	10 005,0	16,88	84,4

Tabela 2b. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $\alpha = 15^\circ$
 Table 2b. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $\alpha = 15^\circ$

$\alpha = 15^\circ$										
D	P	n	A = ±0,25 m				A = ±0,50 m			
			m_h	P_o	mp_o	P_c	mp_c	m_h	P_o	mp_o
m	m ²	-	m	m ²	m ²	m ²	m	m ²	m ²	m ²
5	25	10 000	0,19	25,7	0,31	31,0	0,37	25,7	0,61	61,0
10	100	2 500	0,21	102,8	0,67	33,5	0,38	102,8	1,25	62,5
25	625	400	0,61	642,8	5,04	100,8	0,69	642,8	5,69	113,8
50	2 500	100	2,33	2 571,0	38,45	384,5	2,36	2 571,0	38,94	389,4
75	5 625	44,444	5,04	5 784,8	124,75	832,1	5,24	5 784,8	129,77	865,1
100	10 000	25	9,30	10 284,0	307,06	1535,3	9,31	10 284,0	307,38	1536,9
$A = \pm 1,0\text{ m}$										
5	25	10 000	0,74	25,7	1,22	122,0	1,11	25,7	1,83	183,0
10	100	2 500	0,75	102,8	2,48	124,0	1,12	102,8	3,70	185,0
25	625	400	0,94	642,8	7,76	155,2	1,26	642,8	10,40	208,0
50	2 500	100	2,44	2 571,0	40,26	402,6	2,58	2 571,0	42,58	257 104
75	5 625	44,444	5,28	5 784,8	130,76	871,7	5,35	5 784,8	132,50	883,3
100	10 000	25	9,33	10 284,0	308,05	1540,2	9,37	10 284,0	309,37	1546,8
$A = \pm 2,5\text{ m}$										
5	25	10 000	1,85	25,7	3,05	305,0	3,71	25,7	6,12	612,0
10	100	2 500	1,86	102,8	6,11	305,5	3,71	102,8	12,24	612,0
25	625	400	1,94	642,8	16,01	320,2	3,75	642,8	30,94	618,8
50	2 500	100	2,97	2 571,0	49,01	490,1	4,38	2 571,0	72,38	722,8
75	5 625	44,444	5,55	5 784,8	137,45	916,3	6,41	5 784,8	158,75	1058,3
100	10 000	25	9,48	10 284,0	313,0	1565,0	10,01	10 284,0	330,50	1652,5

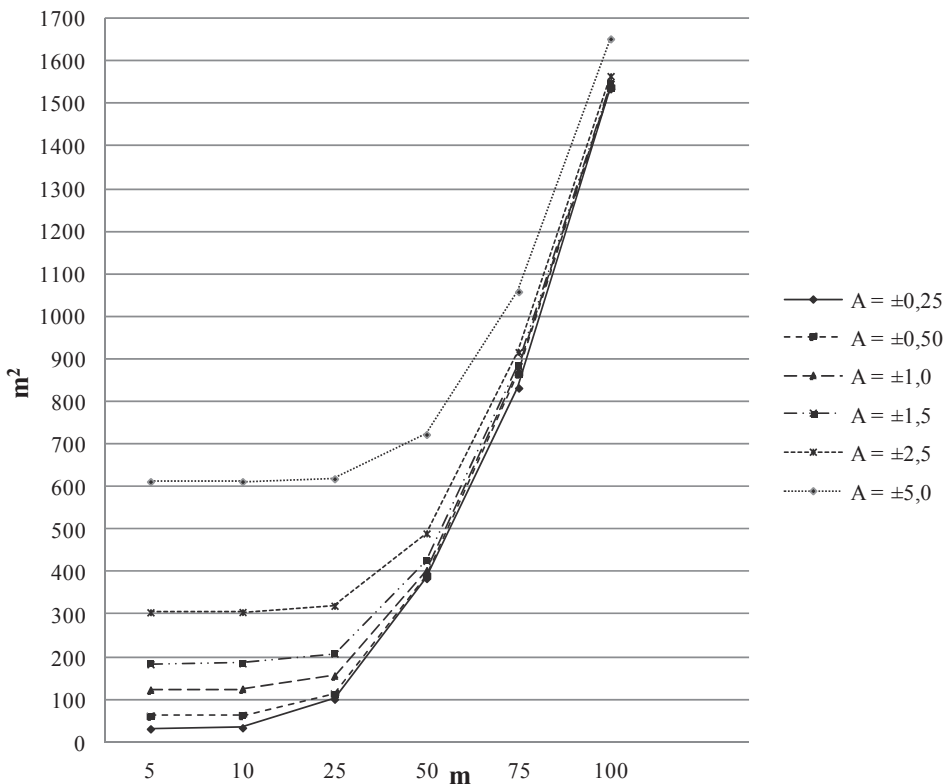


Rys. 3a. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $\alpha = 2^\circ$ (na podstawie tabeli 2a)

Fig. 3a. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ and $\alpha = 2^\circ$ (by Table 2a)

punktów siatki odniesienia (A) zwiększający się wymiar siatki NMT powyżej $D = 25\text{ m}$ w sposób istotny wpływa na zwiększanie się średniego błędu wyznaczenia aproksymowanej powierzchni (m_{pc}). Z przeprowadzonych analiz wynika również, że przy większych dokładnościach pomiaru wysokości punktów siatki NMT oraz wzrastającym wymiarze siatki powyżej 25 m i wzrastającym przeciętnym kącie nachylenia terenu powyżej 1° wartości błędów m_h , uwzględniających wpływ warunków terenowych przekraczają wartości błędów A , wynikających jedynie z dokładności metody pomiaru punktów NMT. W takich przypadkach, w celu poprawnego oszacowania wartości m_{pc} , błędy wysokości punktów (A) siatek uzyskanych na przykład ze zbioru danych pomiarowych NMT powinny być odpowiednio zmodyfikowane, aby uwzględnić wpływ warunków terenowych, na przykład według formuły (12).

Wyniki przeprowadzonych analiz mogą być pomocne użytkownikom (projektantom) przy wyborze optymalnego dla określonych potrzeb zbioru NMT, na przykład ze zbiorów danych gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym (PZGiK).



Rys. 3b. Wpływ numerycznego modelu terenu na dokładność wyznaczenia aproksymowanej powierzchni dla $P_{ob} = 250\,000\text{ m}^2$ oraz $\alpha = 15^\circ$ (na podstawie tabeli 2b)

Fig. 3b. The impact of the digital terrain model on accuracy of calculating the surface area approximated for and $\alpha = 15^\circ$ (by Table 2b)

PIŚMIENNICTWO

- Fisher P.F., Tate N.J., 2006. Causes and consequences of error in digital elevation models. *Progress in Physical Geography* 30, 4, 467–489.
- Hejmanowska B., Drzewiecki W., Kulesza Ł., 2008. Zagadnienie jakości numerycznych modeli terenu. *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji* 18, 163–175.
- Kraus K., Karel W., Briese Ch., Mandlburger G., 2006. Local Accuracy Measures for Digital Terrain Model. *Photogrammetric Record* 21 (116), 342–354.
- Oksanen J., 2006. *Digitale elevation model error in terrain analysis*. Praca doktorska (<http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/mat/maant/vk/oksanen/digitale.pdf>).
- Piasek Z., Milbert S., Pierzchała H., 1981. Przegląd numerycznych modeli terenu. *Zesz. Nauk. AGH, Geodezja* 62, 36–47.

- Wechsler S.P., 2001. DEM Uncertainty: Evaluation and Effect on Topographic Parameters. Dissertation State University of New York, College of Environmental Science and Forestry, Syracuse, New York.
- Wysocki J., 1998. Numeryczny model terenu (NMT) jako baza danych dla przestrzennego zarządzania zlewni i potrzeb konstrukcji inżynierskich. Mat. Konf. SGGW, PAN „Problemy kształtowania środowiska obszarów wiejskich”, Warszawa.
- Wysocki J., 2007. Cyfrowy model terenu na potrzeby tworzenia katastru trójwymiarowego (3D). *Przegląd Geodezyjny* 11, 15–19.
- Wysocki J., 2008. Geodezja z fotogrametrią i geomatyką dla inżynierii i ochrony środowiska oraz budownictwa. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Wysocki J., 2010a. Podstawowa rola geodezji, fotogrametrii-teledetekcji oraz geomatyki w tworzeniu infrastruktury informacji przestrzennej w zakresie opisu ukształtowania powierzchni terenu. *Roczniki Geomatyki* VIII, 1 (37), 131–139.
- Wysocki J., 2010b. Podstawowa rola geodezji w tworzeniu katastru trójwymiarowego (3D) jako nowoczesnego systemu informacji przestrzennej na potrzeby rozwoju terenów niezurbanizowanych (wiejskich). *Przegląd Geodezyjny* 10, 17–19.
- Wysocki J., Orłowski P., 1998. O dokładności digitalizacji w procesie transformacji map ewidencyjnych dla potrzeb katastru. *Przegląd Geodezyjny* 11, 22–23, Warszawa.
- Wysocki J., Orłowski P., 2012. Wpływ dokładności numerycznego modelu powierzchni terenu na obliczanie objętości mas ziemnych przy projektowaniu obiektów inżynierskich. *Przegląd Geodezyjny* 5, 9–11.

THE IMPACT OF DIGITAL TERRAIN MODEL ON THE ACCURACY OF CALCULATING THE SURFACE AREA APPROXIMATED

Abstract. The design work on the objects of large area need to know not only surface of object in horizontal projection but also spatial (real) dimensions of the surface. The rapid development of digital terrain models can improve the site of such works. It was developed a number of computer programs to calculate the real (spatial) surface area based on set of DTM held. The possibility of using by the users (designers) the existing and newly created DTM obtained by different methods, will depend primarily on the accuracy of these models. The study subjects were taken effect accuracy of the DTM on the accuracy of calculating the surface area approximated. The conducted analysis can be helpful to users in selecting the optimum data of DTM for the specific purposes, from set of data collected in the state geodetic resources.

Key words: Digital Terrain Models, calculating the area

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 8.06.2013