

ROZWIĄZANIE ZAMKNIĘTE FIZYCZNYCH WŁAŚCIWOŚCI STATYKI PROSTOKĄTNEGO WYCINKA POWŁOKI O KSZTAŁCIE WALCA KOŁOWEGO

Roman Misiak

Warszawa

Streszczenie. Artykuł dotyczy prostokątnego wycinka powłoki o kształcie walca kołowego; zawiera rozwiązanie zamknięte spełniające dowolny układ warunków brzegowych na wszystkich brzegach wycinka powłoki. W rozwiązaniu obliczono wynikające z teorii powłok wszystkie przemieszczenia i siły wewnętrzne w dowolnych przekrojach konstrukcji. Wielkości sił wewnętrznych spełniają warunki równowagi wewnętrznej i zewnętrznej. Rozpatrzono wycinki pojedyncze oparte na belkach oraz wycinki (sklepienia) wieloprzęsłowe również oparte na belkach.

Słowa kluczowe: wycinek powłoki kołowej, powłoka kołowa, sklepienie dachowe, wielokomorowy zbiornik kołowy, uźebrowany cylinder, stropodach

WSTĘP

W artykule przedstawiono rozwiązanie zamknięte statyki powłoki prostokątnej wyciętej z walca kołowego (która dalej będzie nazywana „wycinkiem powłoki kołowej”), spełniające dowolny układ warunków brzegowych na wszystkich brzegach powłoki. W rozwiązaniu obliczono wynikające z teorii powłok wszystkie przemieszczenia i siły wewnętrzne w dowolnych przekrojach konstrukcji. Wielkości sił wewnętrznych spełniają warunki równowagi zapisane w układzie równań (5), które podaje Flugge [1972, s. 22]. Poza tym sprawdzono równowagę reakcji sił działających na brzegi powłoki z sumą obciążenia; w wyniku otrzymano dowód, że suma rzutów sił brzegowych jest równa obciążeniu.

Na podstawie przeanalizowanych wyników oraz porównania obliczeń z przykładami zawartymi w pracach Flugge [1972] i Girkmann [1957] oceniono, że otrzymane rozwiązanie można stosować w projektowaniu wycinka prostokątnego powłoki kołowej.

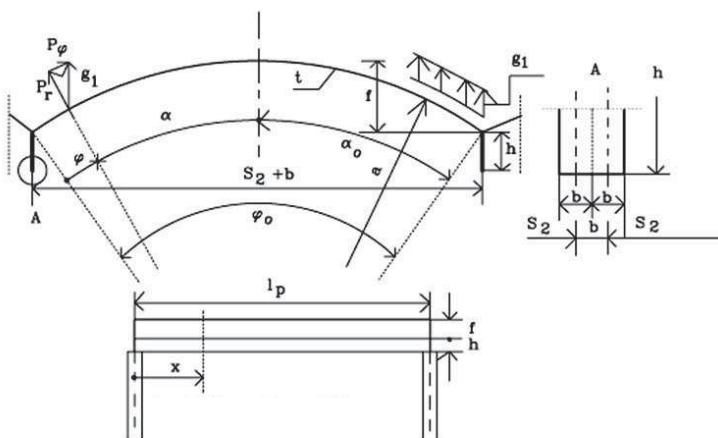
Okazane dalej rezultaty niniejszego opracowania są dowodem, że rozwiązanie spełnia dowolny układ warunków brzegowych na wszystkich brzegach. Aby umożliwić rozwiązanie układu równań warunków brzegowych na krawędziach prostych ($\varphi = 0$ i $\varphi = \varphi_0$), przyjęto, że trzy takie grupy równań będą spełnione matematycznie jedynie w połowie długości tych krawędzi. Oceną poprawności takiego przyjęcia jest wartość średniej dokładności (całki krzywych) przylegania funkcji zależnych od zmiennej x , wchodzących do tych trzech grup równań. Natomiast pozostała czwarta grupa, zawierająca warunki dotyczące momentów zginających $m_{\varphi(x; \varphi=0, \varphi=\varphi_0)} = 0$ lub przemieszczeń równych zero (jeżeli tego typu grupa występuje), spełnia te warunki dla dowolnej zmiennej x .

Wartości średniej dokładności przylegania funkcji zależnych od zmiennej x otrzymuje się w postaci stosunków funkcji wchodzących do warunków brzegowych dotyczących: skrzywienia belki (d_{s0}), przemieszczenia poziomego (d_{s1}), ugięcia pionowego (d_{s2}), naprężenia lub odkształcenia (d_{s3}).

Jako dokładność wystarczającą do zastosowania w praktyce przyjęto, że wyniki średniego przylegania wykresów funkcji zależnych od zmiennej x związanych z warunkami brzegowymi na krawędziach prostych będą w granicach $0,85 < d_{sn} < 1,15$.

Oczywiście nic nie stoi na przeszkodzie, aby przyjąć bardziej rygorystyczny warunek niż powyższy i otrzymać większą dokładność wyników; związane to jest jednak z ograniczeniem zastosowania przedstawionego rozwiązania, albowiem nie wszystkie (dowolne) proporcje danych doprowadzą do oczekiwanych wyników dokładności. Warunki brzegowe na krawędziach krzywych (dla $x = 0$ i $x = l_p$ – rys. 1) są spełnione dokładnie na całej długości zmiennej φ . Można również wprowadzić inne warunki brzegowe oraz inne obciążenie niż opisane i postępować według analogicznych zasad.

Przekrój poprzeczny i podłużny schematu konstrukcji sklepienia dachowego oraz dodatni kierunek obciążenia i dodatnie kierunki jego składowych pokazano na rysunku 1. Można stosować belki nie tylko o przekroju prostokątnym, lecz także o przekroju dowolnym, z dowolnego materiału konstrukcyjnego. Powłoka również może być zaprojektowana z dowolnego materiału konstrukcyjnego.



Rys. 1. Schemat konstrukcji sklepienia dachowego

Fig. 1. Arch roof construction scheme

RÓWNOWAGA SIŁ I PRZEMIESZCZEŃ

Równania równowagi

Siły i momenty są funkcjami przemieszczeń, muszą więc spełniać trzy pierwsze warunki równowagi podane przez Flugge [1972, s. 221], albowiem czwarty warunek jest tożsamością [s. 230].

Układ równań równowagi:

$$a \frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{\varphi x}}{\partial \varphi} + p_x = 0 \quad (1-1)$$

$$a \frac{\partial n_\varphi}{\partial \varphi} + a^2 \frac{\partial n_{x\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} - a \frac{\partial m_{x\varphi}}{\partial x} + p_\varphi a^2 = 0 \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial^2 m_\varphi}{\partial \varphi^2} + a \frac{\partial^2 m_{x\varphi}}{\partial x \partial \varphi} + a \frac{\partial^2 m_{\varphi x}}{\partial x \partial \varphi} + a^2 \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + a n_\varphi - p_r a^2 = 0 \quad (1-3)$$

gdzie: a – promień powierzchni środkowej w powłoce,

n_x – siła normalna, równoległa do osi x ,

$n_{\varphi x}$ – siła ścinająca, równoległa do osi x ,

n_φ – siła normalna, równoległa do osi φ ,

$n_{x\varphi}$ – siła ścinająca, równoległa do osi φ ,

m_φ – moment zginający, równoległy do osi φ ,

$m_{x\varphi}$ – moment skręcający, równoległy do osi φ ,

$m_{\varphi x}$ – moment skręcający, równoległy do osi x ,

m_x – moment zginający, równoległy do osi x .

Stan błonowy pod wpływem obciążenia g_1 równomiernie rozłożonego

W stanie błonowym występują jedynie siły: $n_{\varphi 0}$, n_{x0} , $n_{x\varphi 0}$, $n_{\varphi x0}$.

Składowe obciążenia, zgodnie z rysunkiem 1, mają postać: $p_r = g_1 \cos \alpha$, $p_\varphi = g_1 \sin \alpha$,
 $p_r = g_1 w_{02}$, gdzie: $\alpha_0 = \frac{\varphi_0}{2}$, $\alpha = \alpha_0 - \varphi$, $w_{02} = \cos \alpha_0 \cos \varphi + \sin \alpha_0 \sin \varphi$, $p_\varphi = g_1 \frac{dw_{02}}{d\varphi}$,
 $\frac{dp_\varphi}{d\varphi} = -g_1 w_{02}$.

Siły błonowe mają postać (3)–(16) [Flugge 1972, s. 135], a przemieszczenia (3)–(24) [s. 145]. Po wprowadzeniu wielkości składowych obciążenia otrzymano:

– siły błonowe

$$n_{\varphi 0} = g_1 a w_{02}, n_{x0} = -g_1 a^2 V_{21(\zeta)} w_{02}, n_{x\varphi 0} = -2g_1 a \cdot a \frac{dV_{21}}{dx} \frac{dw_{02}}{d\varphi}, n_{\varphi x0} = n_{x\varphi 0}$$

– przemieszczenia błonowe

$$u_0 = -\frac{g_1 a^2}{Et} U_0, v_0 = \frac{g_1 a^2}{Et} V_0, w_0 = \frac{g_1 a^2}{Et} w_{01} w_{02}$$

gdzie: $V_{21}(\zeta) = \frac{o^2}{2} (\zeta^2 - \zeta),$

$$a \frac{dV_{21}}{dx} = o \left(\zeta - \frac{1}{2} \right),$$

$$o = \frac{l_p}{a},$$

l_p – długość tworzącej,

$$\zeta = \frac{x}{l_p},$$

E – moduł sprężystości materiału powłoki,

$$U_0 = \left(2U_{01} + va \frac{dV_{21}}{dx} \right) w_{02},$$

$$V_0 = [(4 + 4v)V_{21} - 2V_{11}] \frac{dw_{02}}{d\varphi},$$

$$w_{01} = 2V_{11} - (4 + v)V_{21} + 1,$$

$$U_{01} = \frac{o^3}{24} (4\zeta^3 - 6\zeta^2 + 1),$$

$$V_{11} = \frac{o^4}{24} (\zeta^4 - 2\zeta^3 + \zeta).$$

Stan błonowo-zgięciowy

Rozwiązanie równania Girkmanna. Równanie różniczkowe (1215) [Girkmann 1957, s. 524] uproszczono do postaci:

$$a^8 \frac{\partial^8 w_r}{\partial x^8} + 4\theta^4 a^4 \frac{\partial^4 w_r}{\partial x^4} + \frac{\partial^8 w_r}{\partial \varphi^8} + 2 \frac{\partial^6 w_r}{\partial \varphi^6} + \frac{\partial^4 w_r}{\partial \varphi^4} = 0 \quad (2)$$

a następnie rozwiązano. Rozwiązanie dotyczy powłoki cienkiej, zatem powinien być spełniony warunek $U \geq 20$, gdzie $U = \frac{a}{t}$ (t – grubość przekroju powłoki).

Stosując metodę rozdzielania zmiennych, przewiduje się rozwiązanie w postaci:

$$w_{r(x,\varphi)} = \frac{g_1 a^2}{Et} w_{1(x)} w_{2(\varphi)} \quad (3)$$

Po podstawieniu zależności (3) do równania (2), a następnie po przekształceniach otrzymano dwa równania różniczkowe zwyczajne, których rozwiązania przyjmują postać:

$$w_1 = C_1f_1 + C_2f_2 + C_3f_3 + C_4f_4 \quad (4-1)$$

$$w_2 = w_{21} + w_{22} \quad (4-2)$$

gdzie: $w_{21} = C_9j_1 + C_{10}j_2 + C_{11}j_3 + C_{12}j_4$, $w_{22} = C_{13}j_5 + C_{14}j_6 + C_{15}j_7 + C_{16}j_8$,

$C_1 - C_{16}$ – stałe określane z warunków brzegowych,

$$f_1 = e^{A\zeta} \cos A\zeta, f_2 = e^{A\zeta} \sin A\zeta, f_3 = e^{-A\zeta} \cos A\zeta, f_4 = e^{-A\zeta} \sin A\zeta,$$

$$j_1 = e^{\psi\zeta} \cos \beta\zeta, j_2 = e^{\psi\zeta} \sin \beta\zeta, j_3 = e^{-\psi\zeta} \cos \beta\zeta, j_4 = e^{-\psi\zeta} \sin \beta\zeta,$$

$$j_5 = e^{\beta_1\zeta} \cos \psi_1\zeta, j_6 = e^{\beta_1\zeta} \sin \psi_1\zeta, j_7 = e^{-\beta_1\zeta} \cos \psi_1\zeta, j_8 = e^{-\beta_1\zeta} \sin \psi_1\zeta,$$

$$\theta = \sqrt[4]{3(1-\nu^2)U^2},$$

ν – współczynnik Poissona materiału powłoki,

$$A = o\rho, \rho = \theta \cdot \sqrt[4]{M_R}, M_R = 1 + \left(\frac{m}{16}\right)^8,$$

m – liczba części podziału okręgu koła, m – parzyste całkowite,

$$\zeta = \frac{\varphi}{\varphi_0}, \psi = \kappa\varphi_0, \beta = \eta\varphi_0, \beta_1 = \eta_1\varphi_0, \psi_1 = \kappa_1\varphi_0,$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt[4]{B} + \frac{1}{2} \sqrt{2\sqrt{B}-1} \right)}, \eta = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt[4]{B} - \frac{1}{2} \sqrt{2\sqrt{B}-1} \right)}$$

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{m}, B = 16\theta^8 M_R \left(\frac{m}{16}\right)^8, \eta_1 = \eta, \kappa_1 = \kappa.$$

Przemieszczenie promieniowe, dodatnie, w kierunku zewnętrznym. Funkcja błonowo-zgięciowa przemieszczenia promieniowego w zawiera dwie części: błonową i zgięciową (3). Przyjęto rozwiązanie zawierające rozdzielenie zmiennych w postaci iloczynu sum błonowo-zgięciowych. Takie rozwiązanie zapewni spełnienie warunków brzegowych na wszystkich krawędziach powłoki:

$$w = \frac{g_1 a^2}{Et} W \quad (5-1)$$

gdzie: $W = w_{11(\zeta)} w_{20(\xi)}$, $w_{11(\zeta)} = w_{01} + w_1$, $w_{20(\xi)} = w_{02} + w_2$.

Funkcja zgięciowa w_z powinna mieć taką postać, aby zapewniała sile n_φ spełnienie na krawędziach: $x = 0$ i $x = l_p$ warunków brzegowych $n_{\varphi(\zeta=0,1)} = 0$. Siła n_φ będzie wyznaczona z równania równowagi (1-3). Zależność powinna być przystosowana do spełnienia równań równowagi zawierających obciążenie stałe względem zmiennej x , zatem wielkość $w_{01(\zeta=0,1)} = 1$ (spowoduje przyjęcie postaci zgięciowej w kierunku x : $w_{10} = 1 + w_1$). Zależność funkcji zgięciowej jest również dostosowana do spełnienia równań równowagi zawierających obciążenie zmienne względem zmiennej φ , zatem będzie to zależność w_{20} . W rezultacie:

$$w_z = \frac{g_1 a^2}{Et} w_{10} w_{20} \quad (5-1)$$

W domenie autora (www.powlokiwybrane.pl) udowodniono, że rozwiązania (5-1) i (5-1z) spełniają warunki brzegowe na wszystkich krawędziach powłoki, warunki równowagi wewnętrznej (równania 1-1, 1-2, 1-3) oraz warunek równowagi obciążenia i reakcji podporowych.

Uogólnione siły wewnętrzne. Momenty zginające m_x i m_φ otrzymuje się w wyniku podstawienia (5-1z) do równania (1195) [Girkmann 1957, s. 516]. Po przyjęciu $m_{\varphi x} = m_{x\varphi}$ otrzymano z równania równowagi (1-3) wielkości n_φ i $m_{x\varphi}$. Z równania równowagi (1-2) wyznaczono $n_{x\varphi}$, a na podstawie równania (1212/5) [Girkmann 1957, s. 523] otrzymano $n_{x\varphi}$, a z równania równowagi (1-1) – wielkość n_x .

Wyznaczenie sił n_φ , $m_{x\varphi}$, $n_{x\varphi}$ i n_x z równań (1) oznacza, że układ równań równowagi sił i przemieszczeń (1) jest spełniony.

Siły poprzeczne przyjęto w postaci: $q_\varphi = \frac{1}{a} \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial m_{x\varphi}}{\partial x}$, $q_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial m_{\varphi x}}{\partial \varphi}$, a roz-
pór: $H_{R(\xi=0,1)} = g_1 a (N_\varphi \cos \alpha_0 \pm Q_\varphi \sin \alpha_0)_{(\xi=0,1)}$.

Do dalszych operacji zastosowano siły zgięciowe: $n_{\varphi z} = n_\varphi - n_{\varphi 0}$, $n_{xz} = n_x - n_{x0}$,
 $n_{x\varphi z} = n_{x\varphi} - n_{x\varphi 0}$, $n_{\varphi x z} = n_{x\varphi z} + g_1 a \frac{1-\nu}{4\theta^4} a \frac{dw_1}{dx} \frac{dw_{20}}{d\varphi}$,

oraz m_φ , m_x , $m_{\varphi x} = m_{x\varphi}$.

Składowe przemieszczenia powierzchni środkowej (u , v i χ_p)

$$u = u_0 + u_z, \quad v = v_0 + v_z$$

gdzie: u_z – według Girkmann [1957, s. 523] z zależności (1195/1) i (1195/2), podstawiając w_z , v_z z równania (1195/3) uproszczonego w funkcji w_z [s. 524],

u – przemieszczenie wzdłuż tworzącej, dodatnie w kierunku rosnących x ,

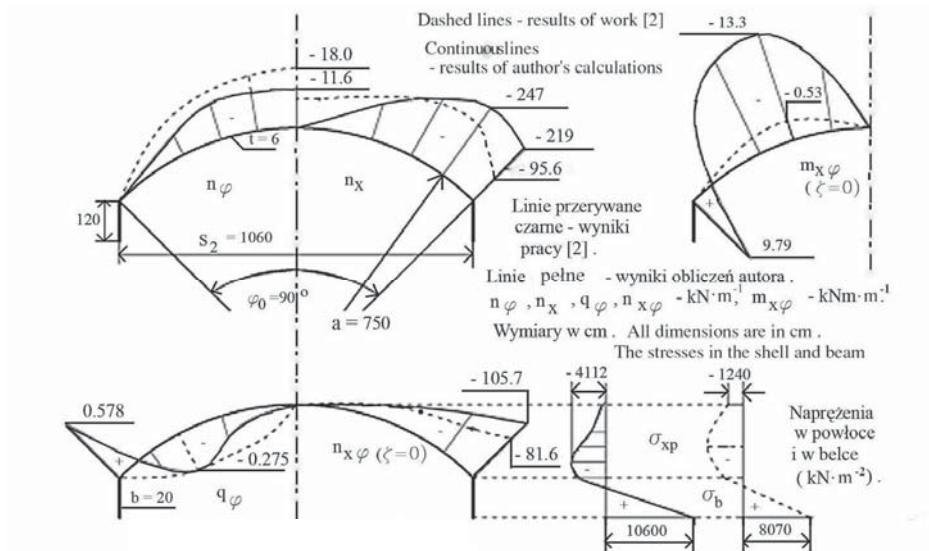
v – przemieszczenie wzdłuż okręgu o promieniu a , dodatnie w kierunku rosnących φ .

Kąt obrotu powłoki według równania (1013) [Girkmann 1957, s. 447]: $\chi_p = \frac{1}{a} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)$.

ROZWIĄZANIA SZCZEGÓLNE

Powyższe rozwiązanie zastosowano do wycinka prostokątnego powłoki kołowej pod obciążeniem g_1 połączonego na krawędziach prostych monolitycznie z belkami oraz podpartego na krawędziach kołowych przegubowo-przesuwnie równolegle do krawędzi prostych i nieprzesuwnie wzdłuż krawędzi kołowych. Rozwiązanie tego przypadku z kilku wariantami połączenia krawędzi prostych z belkami, porównania wyników obliczeń z przykładami zawartymi w pracach Flugge [1972] i Girkmann [1957] oraz szczegóły dotyczące wyżej podanego tekstu czytelnik znajdzie w domenie autora: www.powlokiwybrane.pl.

Jeden z wariantów zareprezentowano na rysunku 2



Rys. 2. Wykresy sił wewnętrznych i naprężeń
Fig. 2. Diagrams of internal forces and stresses

METODYKA BADAŃ

Badania przeprowadzono w postaci obliczeń przykładów według danych w pracach Flugge [1972] i Girkmann [1957], a następnie porównano otrzymane wyniki. Poza tym dokonano innych obliczeń, które udowodniły pracę przestrzenną konstrukcji.

WYNIKI BADAŃ

Z porównania wyników obliczeń w przeważającej większości przypadków [www.powlokiwybrane.pl, rozdz. 3 „Rozwiązanie zamknięte ...”, poz. 5.2.] otrzymuje się zgodność rzędów wielkości i kształtu wykresów sił i naprężeń wewnętrznych.

Z niektórych przykładów obliczeniowych (z wykresów rzutów sił brzegowych na płaszczyznę pionową) dotyczących konstrukcji żelbetowej wynika, że bywają powłoki pod obciążeniem grawitacyjnym wrywane z podpór kołowych na odcinku na przykład $0,3 < \frac{\varphi}{\varphi_0} < 0,7$ oraz wrywane z narożników i rozciągane w rejonach narożników. Efektem wrywania powłoki z fragmentów podpór kołowych w przypadku $\varphi_0 = 90^\circ$ i $\frac{l_p}{s_2} < 2$

może być wystąpienie rozciągającej siły południkowej w opisanym wyżej odcinku. Natomiast w przypadku $\varphi_0 = 20^\circ$ i $\frac{l_p}{s_2} = 7,974$, dotyczącym powłoki usytuowanej między sąsiednimi, belka może być w całym przekroju poprzecznym prawie równomiernie rozciągana, a górna część przekroju poprzecznego powłoki jest strefą ściskaną. Oznacza to, że cała konstrukcja staje się belką przestrzenną, czego dowodzi rozkład sił podporowych: krawędzie kołowe przenoszą około 80%, a krawędzie proste przenoszą około 20% obciążenia.

W przypadku powłoki skrajnej w konstrukcji wieloprzędłowej połączonej monolitycznie z belkami ($\varphi_0 = 90^\circ$ i $\frac{l_p}{s_2} = 2,828$) występuje zjawisko zwiększenia momentu zginającego belkę skrajną w stosunku do zginania belki wewnętrznej, co jest wpływem skręcenia belki skrajnej (belka wewnętrzna jest jedną z dwóch belek przylegających teoretycznie do siebie). Okazuje się, że w belce skrajnej moment wyznaczony z całkowania krzywej ugięcia pionowego jest 3,68 razy większy niż w belce wewnętrznej. W związku z tym rozkład obciążenia na krawędzie konstrukcji jest następujący: koliste – 65,42%, prosta skrajna – 21,94%, prosta wewnętrzna – 12,64%. Stosunek obciążenia krawędzi skrajnej do obciążenia krawędzi wewnętrznej jest równy 1,73. Stosunek momentu zginającego belkę skrajną do momentu zginającego belkę wewnętrzną spowodowany tylko obciążeniem pionowym (g_1) jest równy 1,61, co jest zbliżone do wartości 1,73. Pozostała część z wartości 3,68 zależy od współpracy powłoki z belką, to znaczy od wpływu siły stycznej (T_x) występującej na styku powłoki z belką. Wynika z tego, że współpraca powłoki z belką przyczynia się do znacznego zmniejszenia momentu zginającego belkę w przypadku, gdy belka nie jest jednocześnie skręcana. Inaczej mówiąc – skręcanie belki podczas zginania powoduje zwiększenie momentu zginającego w belce. Inny przypadek powłoki skrajnej dla $\varphi_0 = 20^\circ$ i $\frac{l_p}{s_2} = 7,974$ opisuje zmianę kierunku

ku poziomego momentu zginającego belkę skrajną w rejonie bliskim podparcia belki ($\zeta = 0,085$), spowodowaną zmianą kierunku oddziaływania rozporu powłoki.

Jedno ze zjawisk występujących w rejonach narożników opisanych wyżej jest znane w przypadku płyt prostokątnych opartych na obwodzie – rozciąganie płyty w rejonach narożników [Kobiak i Stachurski 1973, s. 495] i wrywanie narożników [Girkmann 1957, s. 197]. Z tych zjawisk wynika, że w przypadku konstrukcji żelbetowej te rejon powinny być dozbrowione lub pogrubione, a w przypadku konstrukcji stalowej rejon narożnikowe powinny być przygotowane na przejście naprężeń około czterokrotnie większych (dla przyjętych w przykładach stosunków wymiarów) niż w pozostałej części powłoki. Poza tym należy zauważyć, że ekstremalna siła równoleżnikowa występuje przeważnie w przekroju bliskim krawędzi kołowej ($\zeta < 0,1$), a nie w połowie rozpiętości tworzącej.

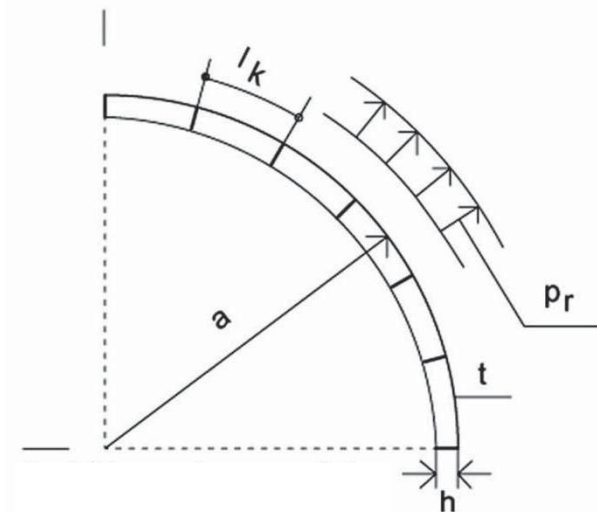
PODSUMOWANIE

Główną zaletą przedstawionego rozwiązania jest fakt, że jest ono zamknięte, w przeciwieństwie do znanych opracowań Flugge [1972] i Girkmann [1957], w których do rozwiązania zastosowano szeregi Fouriera. Szeregi użyto w takiej postaci, aby warunki brzegowe na krawędziach $x = 0$ i $x = 1$ były już spełnione, co umożliwia spełnienie warunków brzegowych na pozostałej parze brzegów [Girkmann 1957, s. 538 i 539]. W wyżej wymienionych opracowaniach wielkości sił wewnętrznych i naprężeń w przekroju powłoki wyznaczono jedynie w połowie jej rozpiętości. Do szeregów Fouriera wprowadzono pierwszą harmoniczną $n_h = 1$, co jest za mało, aby uzyskać dokładne rozwiązanie zagadnienia [Flugge 1972, s. 280]; jednocześnie na zmniejszenie dokładności obliczeń wpłynęło przyjęcie wartości współczynnika Poissona $\nu = 0$. Poza tym, aby

uzyskać wystarczającą dokładność wyników, należy wprowadzać następne wartości n_h , co znacznie wydłuża czas pracy i jednocześnie nie daje pewności, że jest to dokładność wystarczająca. Zastosowanie szeregów Fouriera Flugge [1972] uzasadnia następująco „Nie udało się nam dotychczas (...) przy użyciu tak prostych środków matematycznych znaleźć rozwiązania, które spełniłyby dowolny układ warunków brzegowych na wszystkich brzegach powłoki prostokątnej wyciętej z walca kołowego” [s. 250].

Również zastosowanie metody elementów skończonych wypada gorzej niż rozwiązanie zamknięte, albowiem metoda ta daje wyniki „w obszarze”, a nie „w punkcie”. Odnośnie do metody elementów skończonych istotna ocena znajduje się w PN-EN 1992-1-1: 2004 [s. 57, poz. 5.1.1, p. (1)]: „Jednakże metody obliczeń (np. metoda elementów skończonych) stosowane do pewnych szczególnych elementów dają raczej naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia niż siły wewnętrzne i momenty. Do odpowiedniego sprawdzenia konstrukcji na podstawie tych wyników należy stosować metody specjalne”. Niniejsze rozwiązanie jest właśnie taką metodą specjalną. Natomiast w punkcie (2) [poz. 5.1.1] wyżej wymienionej normy podano, że w pobliżu podpór, co oznacza w rozpatrywanej konstrukcji – w rejonach narożników powłoki i w pobliżu podpór belek – „... są niezbędne analizy lokalne”, co jest zapewnione i dokonywane w przedstawionym tu rozwiązaniu.

Jeżeli należy zaprojektować sklepienie dachowe, stropodach lub strop albo powłokę uźebrowaną lub wielokomorowy zbiornik kołowy, to można zastosować przedstawione rozwiązanie. W ten sposób można także zaprojektować uźebrowany cylinder o konstrukcji metalowej lub z tworzywa sztucznego, obciążony ciśnieniem wewnętrznym lub zewnętrznym, jak na przykład konstrukcję kadłuba samolotu pokazaną schematycznie na rysunku 3.

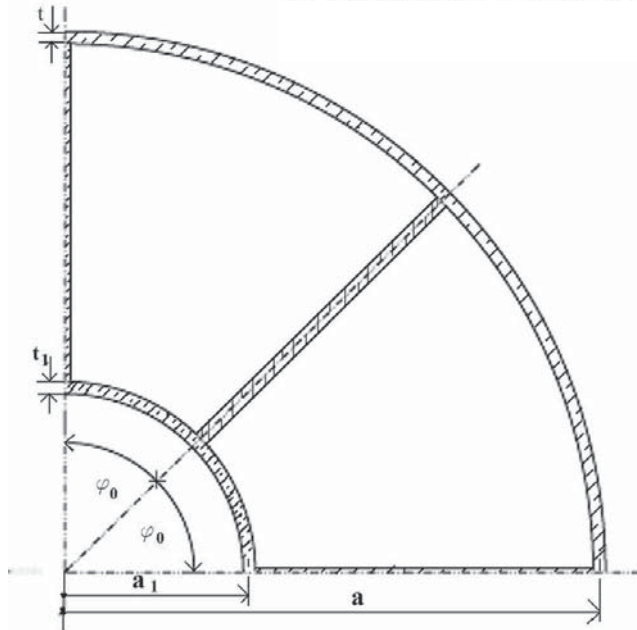


Rys. 3. Schemat uźebrowanego cylindra

Fig. 3. Ribbed cylinder scheme

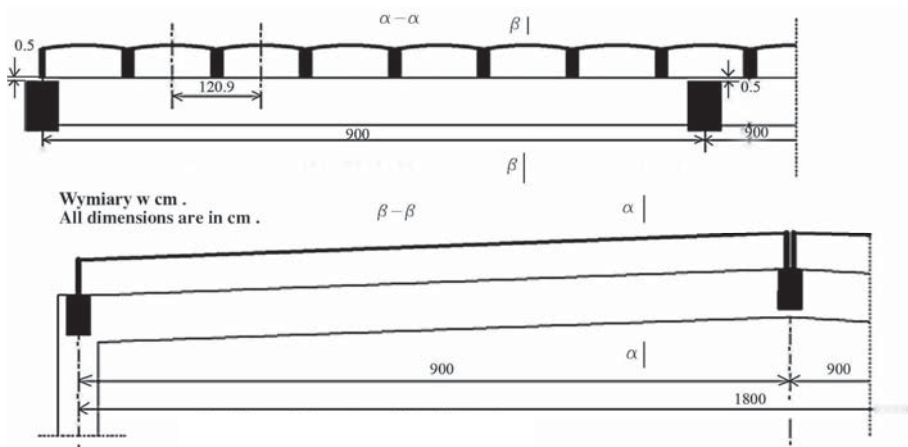
W przypadku wielokomorowego zbiornika kołowego (rys. 4) należy to rozwiązanie uzupełnić stanem błonowym i zgięciowym pod wpływem obciążenia ciśnieniem cieczy lub materiałem sypkim oraz wprowadzić odpowiednie warunki brzegowe.

Na rysunku 5 pokazano przykład stropodachu opartego na belkach i ramach żelbetonowych – może to być też konstrukcja stalowa.



Rys. 4. Przekrój wielokomorowego zbiornika

Fig. 4. Cross-section of a multi-chamber tank



Rys. 5. Stropodach oparty na belkach i ramach

Fig. 5. Ciling roof supported by beams and frames

PIŚMIENNICTWO

Flugge W., 1972. Powłoki. Arkady, Warszawa.

Girkmann K., 1957. Dźwigary powierzchniowe. Arkady, Warszawa.

Kobiak J., Stachurski W., 1973. Konstrukcje żelbetowe. Cz. 1. Arkady, Warszawa.

PN-EN 1992-1-1:2004 Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

CLOSED SOLUTION OF STATIC PHYSICAL PROPERTIES OF A RECTANGULAR SECTION OF SHELL SHAPE OF A CIRCULAR CYLINDER

Abstract. The study provides a solution that meets closed system boundary conditions on all edges of the shell. The solution is calculated under the theory of shells and all displacements and internal forces in any cross-section can be found. The size of the internal forces complies with the internal and external equilibrium.

Key words: circular shell section, circular shell, roof crown, multi-chamber circular tank, ribbed cylinder, ciling roof

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 20.12.2013