

DYNAMICZNE DZIAŁANIE WIATRU NA MOST PODWIESZONY

Anna Celmer-Al-Sabouni, Wojciech Gilewski

Politechnika Warszawska, Warszawa

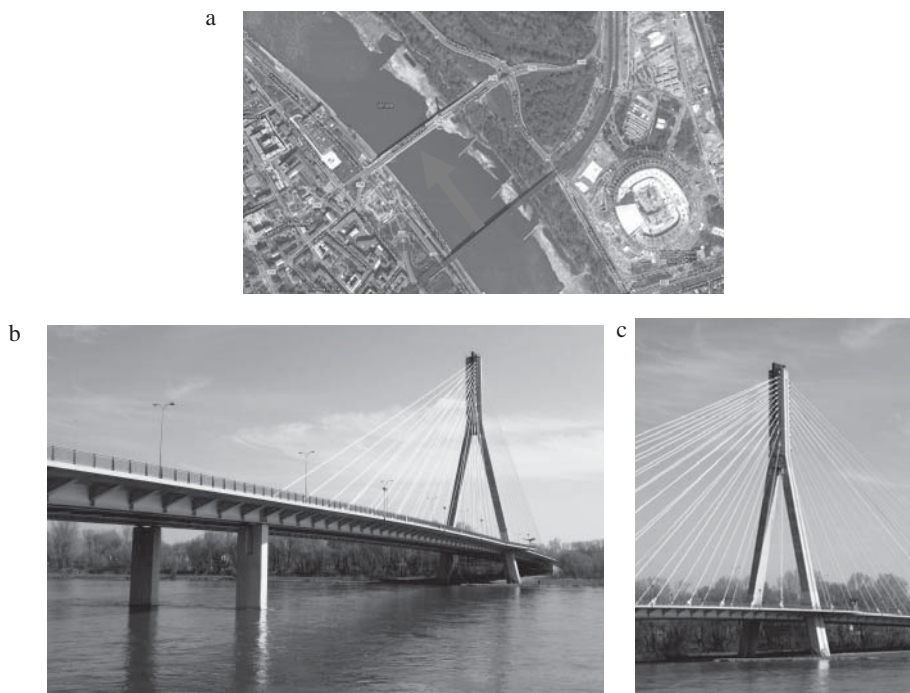
Streszczenie. Przedmiotem pracy jest opis odpowiedzi mostu podwieszonoego na dynamiczne działanie wiatru. Zastosowano model, który bazuje na metodzie elementów skończonych, na przykładzie mostu Świętokrzyskiego w Warszawie. Podstawą do analizy przy wykorzystaniu metody superpozycji modalnej jest analiza drgań własnych konstrukcji. Obciążenie wiatrem przyjęto według normy Eurokod 1, zakładając harmoniczny rozkład funkcji po czasie. Zaobserwowano i opisano zjawiska częściowego rezonansu i flatteru.

Słowa kluczowe: dynamika budowli, most podwieszony, obciążenie wiatrem

WSTĘP

Przedmiotem analizy dynamicznej jest most Świętokrzyski. Wybrany obiekt zlokalizowany jest w centrum Warszawy w ciągu drogi nr 719 (rys. 1). Usytuowany jest nad przeszkodą wodną, którą stanowi rzeka Wisła, o szerokości kanału żeglownego, wynoszącej 50,00 m. Składa się z trzech części: mostu podwieszonoego, wiaduktu zachodniego oraz wiaduktu wschodniego. Jest to most o konstrukcji podwieszonoej, z jednym pylonem i dwiema płaszczyznami lin oraz ze stalowo-żelbetowym pomostem zespolonym. Długość poszczególnych części obiektu wynosi: w przypadku części podwieszonoej: 140,00 + 180,00 m (odpowiednio: od strony Pragi oraz od strony Powiśla); w przypadku części swobodnie podpartej: 40,00 + 40,00 + 30,00 m (od rzeki Wisły w stronę Powiśla). Sumaryczna długość obiektu to 430,00 m, szerokość całkowita – 30,80 m. W rejonie pylonu chodniki poszerzają się o 4,30 m każdy, tworząc taras widokowy i dając w sumie szerokość całkowitą obiektu na tym odcinku równą 39,40 m. Konstrukcja płyty żelbetowej, o grubości 0,30 m i spadku poprzecznym pod jezdnią 2%, oparta jest na dwóch (miejscami czterech) dźwigarach stalowych. Na odcinku konstrukcji podwieszonoej są to dwa dźwigary blachownicowe wysokości 1,77 m i rozstawie 14,00 m. Natomiast na odcinku swobodnie podpartym oraz przy utwierdzeniu części podwieszonoej do podpory

balastowej są to cztery dźwigary blachownicowe – po parze z każdej strony pomostu. Poprzecznicze blachownicowe mają rozstaw 5,00 m. Jezdnia ma nawierzchnię asfaltową, natomiast chodniki – natryskową epoksydową, ułożoną na fibrobetonie. Wyposażenie pomostu stanowią balustrady na zewnątrz obiektu i między chodnikiem (ścieżką rowerową) a pasem z linami podwieszającymi, barieroporcze między jezdnią a pasem z linami podwieszającymi i bariery ochronne między jezdnią a pasem rozdziału. Dodatkowo na obiekcie znajdują się słupy latarni oraz słupy reflektorów oświetlających pylon. W rejonie poszerzenia chodnika, obok pylonów, na tarasie widokowym znajdują się dwie konstrukcje daszkowe.

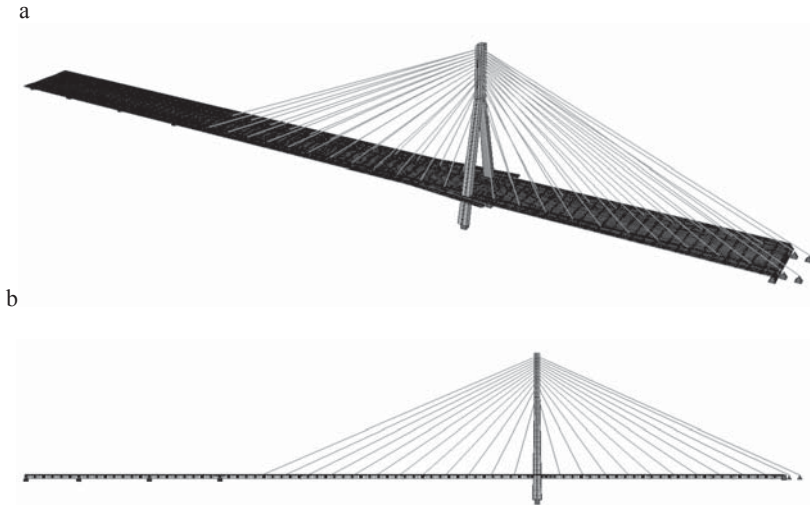


Rys. 1. Most Świętokrzyski w Warszawie: a – plan sytuacyjny, b – widoki
 Fig. 1. Świętokrzyski Bridge in Warsaw: a – situation plan, b – views

MODEL MES – DYNAMICZNE DZIAŁANIE WIATRU

Analizowany model MES konstrukcji [Zienkiewicz i Taylor 2006] wykonany został na podstawie modelu obliczeniowego, opracowanego przez Konsultacyjne Biuro Projektowe „Krzysztof Żółtowski” na zlecenie Wydziału Inżynierii Łądowej Politechniki Warszawskiej. Konstrukcję zamodelowano przy użyciu trzech typów elementów: elementów belkowych: dźwigary, poprzecznicze, belki krawędziowe, pylon; elementów powłokowych: płyta betonowa pomostu; elementów kratownicowych: kable podwieszenia (rys. 2). Model ma 228 373 stopni swobody.

Modelowanie dynamicznego działania wiatru na konstrukcję jest trudne z uwagi na złożoność zagadnienia – nieregularność porywów wiatru i wpływ geometrii obiektu na rozkład ciśnienia wiatru [Simu i Scanlan 1996, Flaga 2008]. Często do opisu działania wiatru wykorzystuje się kosztowne badania modelowe w tunelu aerodynamicznym [Flaga 2008] lub złożone obliczenia na bazie mechaniki płynów [Szabo i Gyorgyi 2011].



Rys. 2. Model MES konstrukcji: a – aksonometria, b – widok z boku
Fig. 2. FEM model of the structure: a – axonometry, b – side view

Obciążenie w kierunku prostopadłym do osi mostu – X

Pylon (rys. 3) – obliczenia według Eurocodu 1 [PN-EN 1991]. Siła wywierana przez wiatr na pylon:

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{\text{ref}}$$

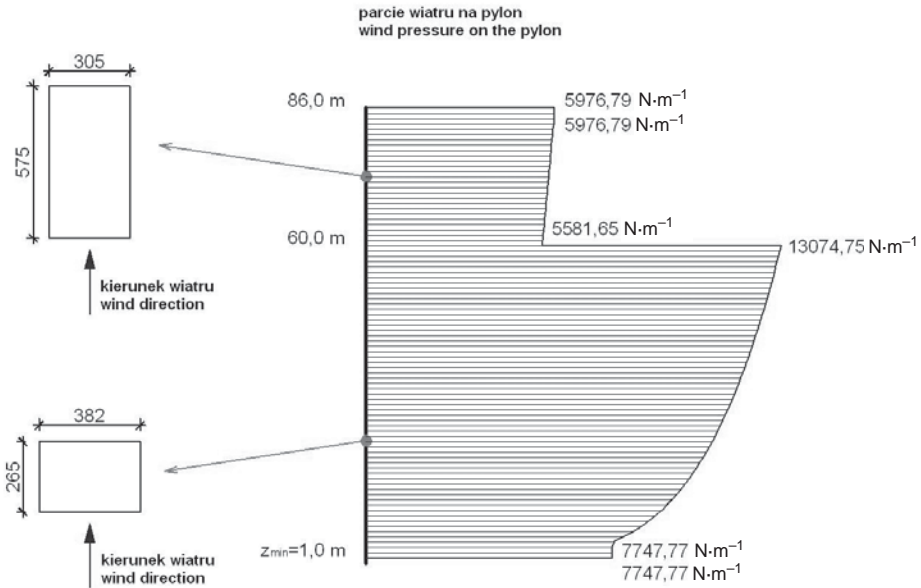
gdzie: $c_s c_d$ – współczynnik konstrukcyjny,
 c_f – współczynnik siły aerodynamicznej elementu konstrukcyjnego,
 $q_p(z_e)$ – wartość szczytowa ciśnienia prędkości na wysokości odniesienia z_e ,
 A_{ref} – pole powierzchni odniesienia elementu konstrukcyjnego.

Pomost. Rozpatrywany pomost ma przekrój typowy, tak więc nie jest konieczne zastosowanie procedury odpowiedzi dynamicznej. Siła wywierana przez wiatr na pomost:

$$F_w = \frac{1}{2} \rho v_b^2 C A_{\text{ref},x}$$

gdzie: v_b – bazowa prędkość wiatru,
 C – współczynnik obciążenia wiatrem,
 A_{ref} – pole powierzchni odniesienia,
 ρ – gęstość powietrza ($\rho = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

$$F_w/L = \frac{1}{2} \rho v_b^2 C A_{\text{ref},x}/L = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 22,0^2 \cdot 3,85 \cdot 984,70/430 = 2666,99 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$



Rys. 3. Rozkład sił wywieranych przez wiatr na pylon w kierunku X

Fig. 3. Distribution of forces caused by wind in the direction X acting on the pylon

Obciążenie w kierunku równoległym do osi mostu – Y

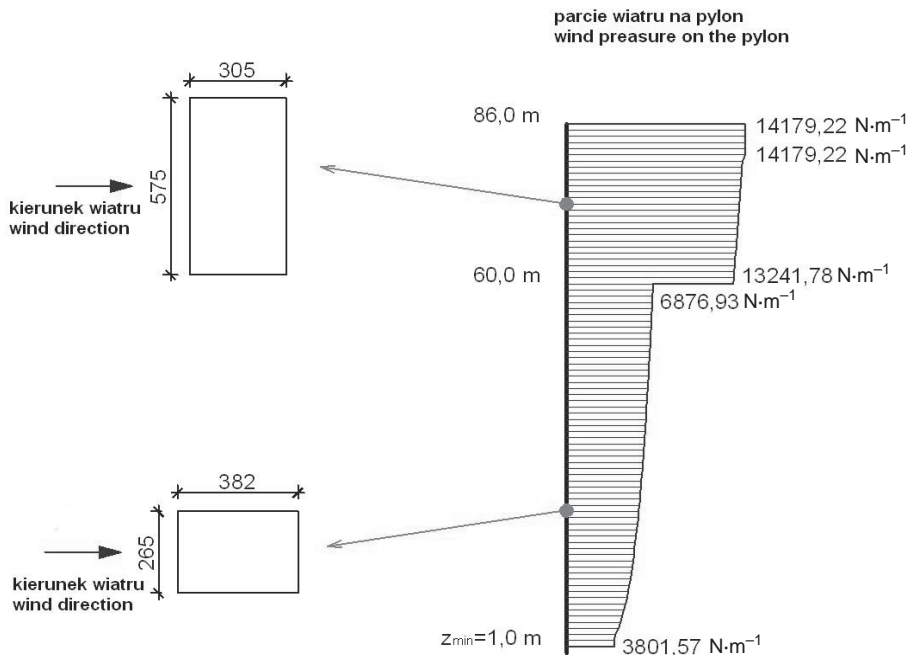
Pylon (rys. 4) – obliczenia według Eurocodu 1 [PN-EN 1991]. Siła wywierana przez wiatr na pylon:

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{\text{ref}}$$

Analiza modelu mostu Świętokrzyskiego dotyczy oddziaływania wiatru, rozpatrywanego w sposób dynamiczny. Obliczone na podstawie PN-EN 1991-1-4, normowe obciążenie wiatrem badanej konstrukcji zostało wprowadzone do modelu wykonanego w programie Sofistik jako obciążenie przyłożone do elementów belkowych pomostu: dźwigarów zewnętrznych i belek krawędziowych oraz do pylonu. Siłom przyłożonym do konstrukcji przypisano odpowiednie funkcje czasu. Zastosowane zostały funkcje harmoniczne o zmieniających kolejno okresach. Literatura przedmiotu podaje różne funkcje, którymi można opisywać działanie wiatru [Simu i Scanlan 1996, Flaga 2008]. Żadna z nich nie odzwierciedla jednak w pełni faktycznego zachowania się tego obciążenia. Według większości źródeł, funkcjami najlepiej przybliżającymi fluktuacje sił wiatru w czasie są funkcje harmoniczne:

$$f(t) = \sin \omega_n t = \sin \frac{2\pi}{T_n} t$$

gdzie za T_n podstawiano kolejne okresy drgań własnych.



Rys. 4. Rozkład sił wywieranych przez wiatr na pylon w kierunku Y
 Fig. 4. Distribution of forces acting on the pylon caused by wind in the direction Y

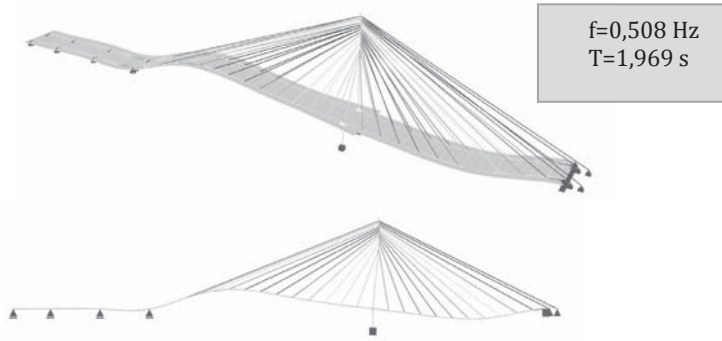
ANALIZA DYNAMICZNA

Drgania własne. Pierwszym z etapów analizy dynamicznej było określenie dziesięciu pierwszych częstości i postaci drgań własnych konstrukcji. Wykonane przez program obliczenia przeprowadzone zostały przy zastosowaniu algorytmu Lanczosa. Wyniki zestawiono w tabeli 1 i na rysunku 5.

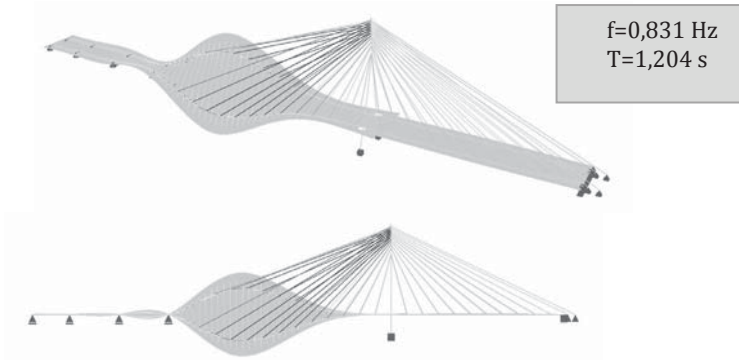
Tabela 1. Wyniki analizy drgań własnych
 Table 1. Results of eigenvalue analysis

Numer Number	Rodzaj drgań Type of vibrations	Częstość – Natural frequency ω [1·s ⁻¹]	Częstotliwość – Frequency f [Hz]	Okres – Period T [s]
1	Giętne – Bending	3,191	0,508	1,969
2	Skრętnе – Torsional	5,220	0,831	1,204
3	Giętne – Bending	5,524	0,879	1,137
4	Giętne – Bending	6,539	1,041	0,961
5	Skрętnе – Torsional	6,841	1,089	0,918
6	Skрętnе – Torsional	7,303	1,162	0,860
7	Giętne – Bending	8,355	1,330	0,752
8	Giętne – Bending	9,208	1,465	0,682
9	Skрętnе – Torsional	9,447	1,504	0,665
10	Skрętnе – Torsional	9,905	1,576	0,634

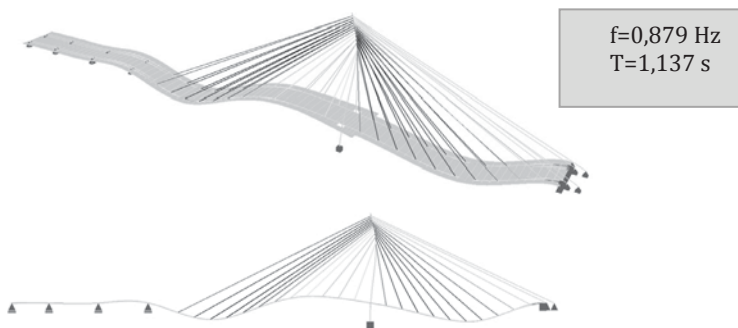
Postać 1



Postać 2

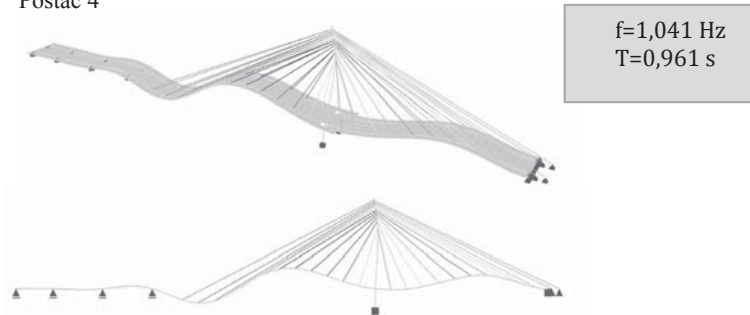


Postać 3

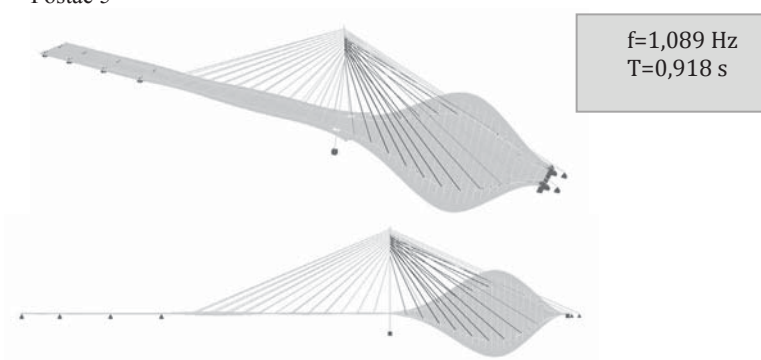


Rys. 5. Częstotliwości i postaci drgań własnych konstrukcji
Fig. 5. Frequencies and eigenmodes of the structure

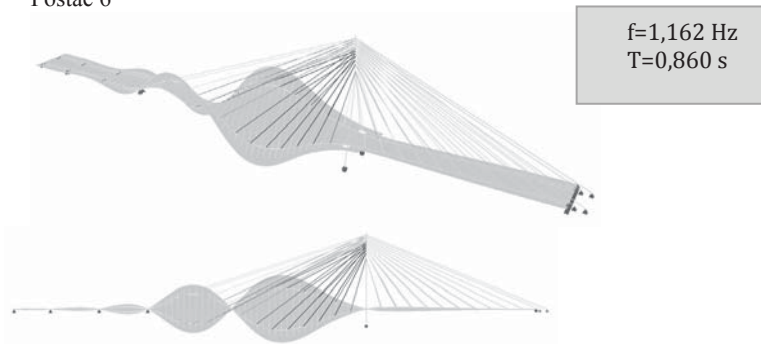
Postać 4



Postać 5

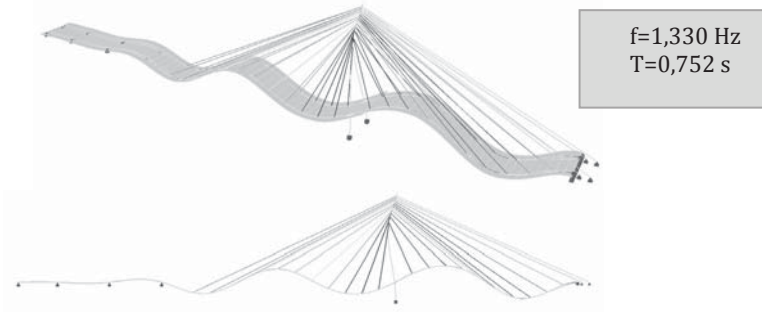


Postać 6

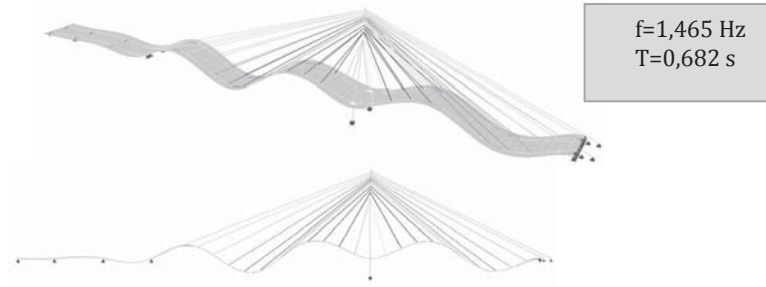


Rys. 5, cd.
Fig. 5, cont.

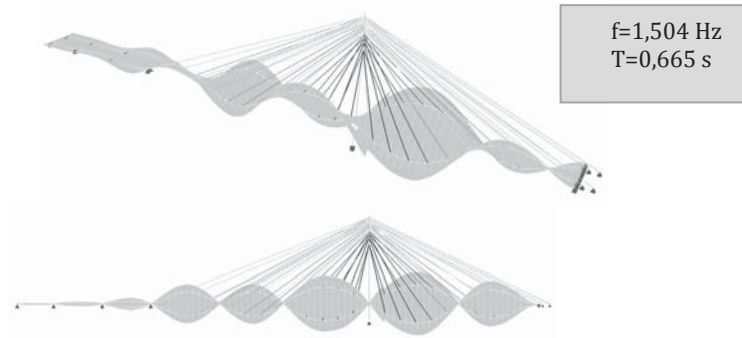
Postać 7



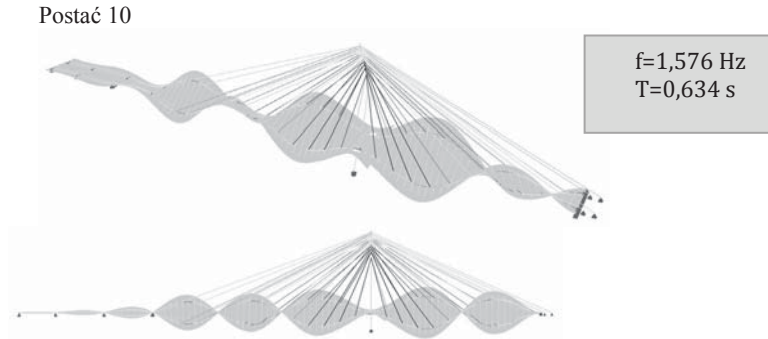
Postać 8



Postać 9

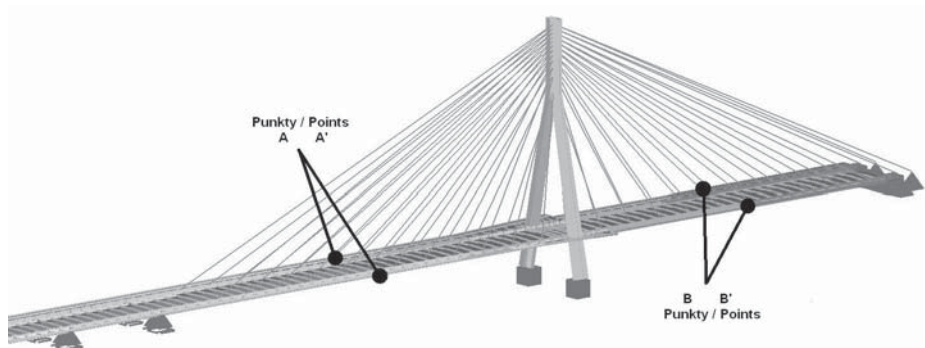


Rys. 5, cd.
Fig. 5, cont.



Rys. 5, cd.
Fig. 5, cont.

Odpowiedź konstrukcji na dynamiczne działanie wiatru. Wyniki obliczeń przedstawiono dla dwóch par punktów pokazanych na rysunku 6.

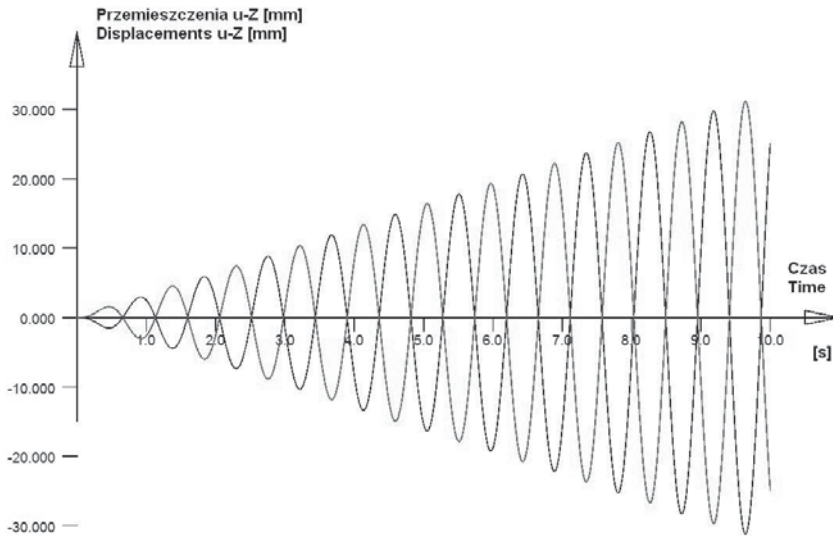


Rys. 6. Punkty, których przemieszczenia analizowano
Fig. 6. Points of displacement analysis

W analizie odpowiedzi konstrukcji na dynamiczne działanie wiatru zastosowano metodę superpozycji modalnej, z uwzględnieniem pięciu pierwszych postaci drgań własnych. Pominięty został wpływ tłumienia. Obciążenie konstrukcji wiatrem w kierunku x wywołuje w pomoście efekty skrętne, a w kierunku y – drgania giętne.

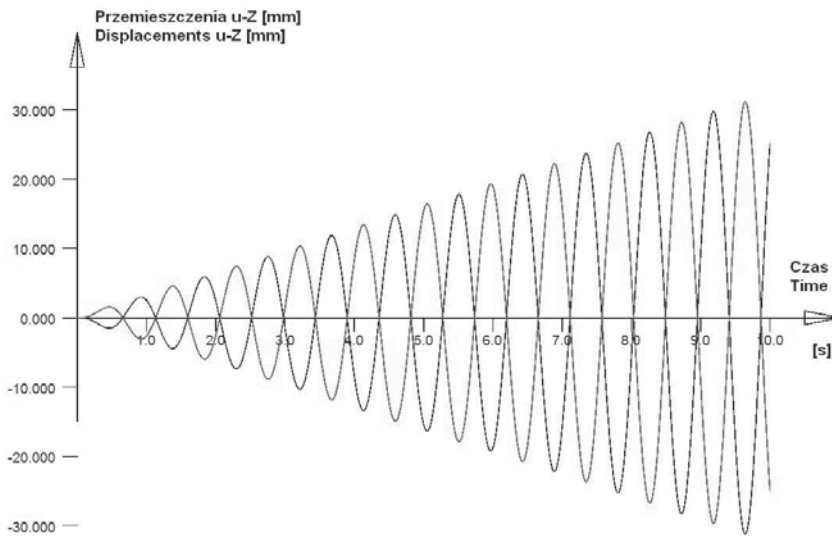
Rozpatrując obciążenie w kierunku X (rys. 7), można stwierdzić, że szybko narastające przemieszczenia uzyskuje się także w przypadku funkcji o okresie odpowiadającym giętym postaciom drgań. Nie jest to rezonans w czystej postaci, gdyż po osiągnięciu określonego poziomu amplituda drgań przestaje rosnąć, niemniej jednak obserwuje się pewne wzbudzenie.

Analiza pokazała, że zupełnie inaczej zachowuje się konstrukcja w przypadku odwrotnym, to znaczy w przypadku gdy obciążeniu w kierunku Y (rys. 8) przyporządkuje się funkcje odpowiadające postaciom skrętnym. Nie dochodzi wówczas do żadnego wzbudzenia, a obiekt drga w sposób nieregularny, trudny do zdefiniowania.



Rys. 7. Przeszczenia pionowe punktów B i B' wywołane obciążeniem w kierunku X z przypisaną mu funkcją o $f = 1,089$ Hz (piąta częstotliwość drgań własnych)

Fig. 7. Vertical displacements of points B and B' imposed by load in X direction with the time function with $f = 1.089$ Hz (fifth eigenvalue)

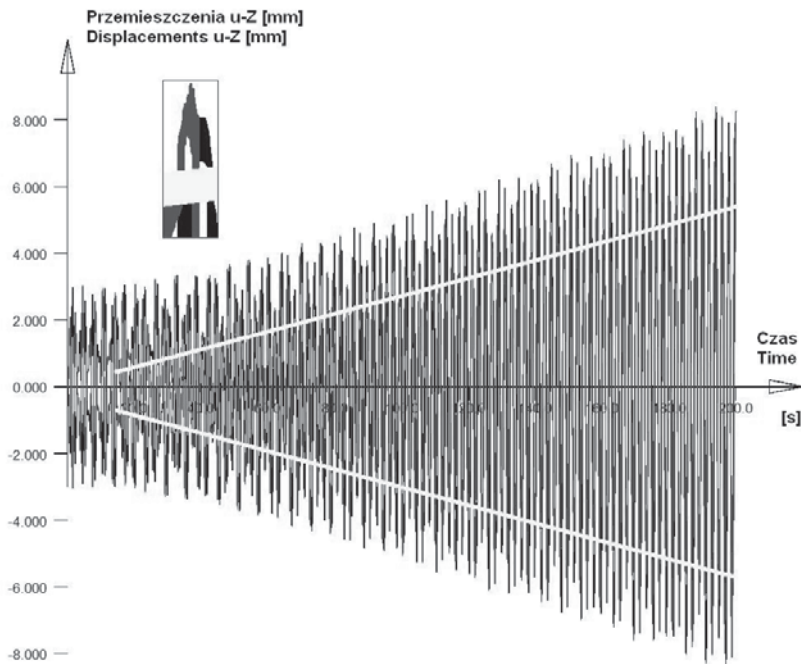


Rys. 8. Przeszczenia pionowe punktów A i A' wywołane obciążeniem w kierunku Y z przypisaną mu funkcją o $f = 0,508$ Hz (pierwsza częstotliwość drgań własnych)

Fig. 8. Vertical displacements of points A and A' imposed by load in Y direction with the time function with $f = 0.508$ Hz (first eigenvalue)

Ostatnim i najważniejszym etapem przeprowadzonej analizy dynamicznej było sprawdzenie, czy model wykazuje w pewnych szczególnych warunkach (przy wietrze wiejącym z założoną funkcją czasu) podatność na samowzbudzone drgania giętno-skrętne, czyli flutter. Poszukiwana była taka kombinacja obciążenia i przypisanej mu funkcji, by przy wzrastających drganiach skrętnych zaobserwować jednocześnie rosnące drgania giętne lub odwrotnie. Cel został osiągnięty dla obciążenia działającego w kierunku X , czyli wywołującego skrećanie pomostu. Obciążeniu temu została przyporządkowana funkcja harmoniczna o podanym wyżej wzorze i o częstotliwości równej 0,508 Hz, czyli pierwszej częstotliwości drgań własnych. Rezonans zaobserwowano właśnie przy tej częstotliwości, gdyż jest ona znacznie mniejsza od pozostałych. Częstotliwość trzeciej postaci drgań giętnych jest bardzo zbliżona do drugiej częstotliwości drgań skrętnych, przez co po jej przyłożeniu dominował efekt skrećania. Podobnie było w przypadku czwartej i piątej postaci.

Na rysunku 9 widać wyraźnie wzrastające przemieszczenia skrajnych punktów pomostu, drgającego z częstotliwością rezonansową. Przyjęta tu skala czasu różni się od skal zastosowanych na poprzednich wykresach. Ma to na celu zaprezentowanie otrzymanych wyników w sposób jak najbardziej przejrzysty, najkorzystniejszy dla pokazania danego zjawiska. Po dokładnym przyjrzeniu się wykresowi można dostrzec pewne oddalające się od siebie, jaśniejsze pasy. Są to miejsca przecięcia obu wykresów. Przecięcia wykresów



Rys. 9. Wykres przemieszczeń punktów A i A' z zaznaczonymi strefami przecięć odpowiadającymi poziomemu położeniu pomostu

Fig. 9. Displacements of points A i A' with the lines connected to the horizontal placement of the bridge deck

oznaczają chwile, w których oba punkty pomostu są na tej samej wysokości – raz na górze, raz na dole. Ich wzajemne oddalanie się oznacza zatem, że pomost nie tylko się skręca, ale również podlega drganiom giętnym.

W początkowej chwili mamy do czynienia z czystą postacią drgań skrętnych, po około 20 s natomiast zaczynają się pojawiać samowzbudzone drgania giętne.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono analizę odpowiedzi dynamicznej mostu podwieszonoego pod działaniem obciążenia wiatrem. Wykazano, że przy obliczeniach prowadzonych metodą superpozycji modalnej w ramach metody elementów skończonych można uzyskać odpowiedź dynamiczną w postaci rezonansu i flutteru skrętno-giętnego.

PIŚMIENNICTWO

- Flaga A., 2008. Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania. Arkady, Warszawa.
PN-EN 1991-1-4. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1–4. Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru.
Simu E., Scanlan R.H., 1996. Wind effects on structures. John Wiley & Sons, New York.
Szabo G., Gyorgyi J., 2011. Flutter simulation and measurement of generic bridge deck sections. Proc. 9th Int. Conf. on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings, Bratislava.
Zienkiewicz O.C., Taylor R., 2006. Finite element method. Vol. 1–3. Elsevier, Amsterdam.

CABLE-STAYED BRIDGE UNDER DYNAMIC WIND ACTION

Abstract. The subject under consideration is dynamic action of wind for cable-stayed bridge. Finite element model is used for the Świętokrzyski Bridge in Warsaw as an example. Free vibration modes are calculated as a base for the method of modal superposition. The wind load is calculated following the Eurocode 1 with the harmonic function for time variable. Semi-resonance as well as flutter phenomena is observed.

Key words: dynamics of structures, cable-stayed bridge, wind load

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 28.12.2012