

## **OSZACOWANIE NIEPEWNOŚCI WYTRZYMAŁOŚCI BETONU NA ŚCISKANIE UZYSKIWANEJ NA PRÓBKACH SZEŚCIENNYCH**

Mariusz Sobolewski

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

**Streszczenie.** W praktyce budowlanej zachodzi konieczność sprawdzania założonych cech użytkowych nowo projektowanego betonu, konieczność kontroli jakości betonu towarowego dostarczanego na budowę, a także konieczność sprawdzania elementów prefabrykowanych podczas produkcji i rozformowywania. W diagnostyce obiektów inżynierskich spotyka się również konieczność oceny konstrukcji z betonu. We wszystkich przypadkach przeprowadzane są tzw. bezpośrednie badania wytrzymałości betonu na ściskanie. Kryteria kontroli jakości betonu i ocena jego zgodności opierają się na statystycznej analizie błędu pomiaru. We współczesnej metrologii zmienia się podejście w dziedzinie opracowania wyników pomiaru. Tradycyjna ocena w postaci statystycznej analizy wyników obserwacji zastępowana jest teorią niepewności opartą na probabilistycznej ocenie źródeł niepewności związanych z pomiarem wielkości mierzonej. Celem prezentowanych badań była analiza oceny wytrzymałości betonu na ściskanie. Przyjęto hipotezę badawczą w następującej postaci: możliwe jest udoskonalenie kryterium oceny parametrów mechanicznych betonu. W artykule omówiono opracowane procedury estymacji niepewności złożonej wartości średniej wytrzymałości betonu. Artykuł zawiera wyniki badań laboratoryjnych wraz z ich interpretacją i analizą niepewności. Dokonano porównania proponowanych kryteriów oceny dokładności wartości średniej z oceną wyniku pomiaru tradycyjnie stosowaną w nauce i przemyśle.

**Słowa kluczowe:** wytrzymałość betonu, niepewność wyniku, ocena wytrzymałości, kryteria zgodności, klasa betonu, klasa wytrzymałości

### **WSTĘP**

Badania cech mechanicznych betonu wykonywane przy zastosowaniu pras ściskających próbki sześciennie noszą nazwę badań bezpośrednich. Jednak przy szacowaniu niepewności parametrów mechanicznych badania te należy traktować jako pośrednie.

---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Mariusz Sobolewski, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii Budowlanej, Laboratorium Centrum Wodne, ul. Ciszewskiego 6, 02-776 Warszawa, e-mail: mariusz\_sobolewski@sggw.pl

Wynika to stąd, że wynik pomiaru wytrzymałości jest obliczany z ilorazu siły niszczącej i przekroju poprzecznego próbki. Fizycznie wykonywane są pomiary dwóch parametrów: maksymalnego obciążenia próbki oraz powierzchni docisku. Na dokładność wyniku końcowego składa się zatem dokładność określenia siły niszczącej oraz dokładność wyznaczenia pola przekroju próbki. Jeżeli dysponujemy maszyną wytrzymałościową klasy 0,5 lub 1,0, to przy mało dokładnym pomiarze pola powierzchni próbki może okazać się, że nie wykorzystujemy precyzji maszyny, gdyż uzyskiwane rezultaty będą obarczone dużo większą niepewnością od tej, jakiej należałoby oczekiwać. W badaniach technicznych fakt ten nie odgrywa już tak istotnej roli, gdyż tam zastosowanie mają prasy klasy 2.

### OPRACOWANY SPOSÓB OSZACOWANIA NIEPEWNOŚCI POWIERZCHNI DOCISKU

Do wyznaczenia powierzchni docisku mierzone są wymiary próbek z określoną dokładnością, zwykle do 1,0, 0,1 lub 0,01 mm. W praktyce można się również posługiwać wymiarami nominalnymi próbek, jeżeli zastosowane formy spełniają warunki normowe tolerancji. Według Brunarskiego [1998] nominalne wymiary liniowe próbek mogą być przyjmowane do obliczeń cech badanych pod warunkiem, że wymiary rzeczywiste próbek nie różnią się od nominalnych więcej niż o 1%. Jeśli tolerancja ta jest przekroczona, to należy w obliczeniach przyjmować wymiary rzeczywiste próbek, określone z dokładnością do 1 mm. Należy w tym miejscu podkreślić fakt, że norma PN-EN 12390-3 zakłada pomiary długości boków z dokładnością do 0,5% wymiaru, a to oznacza w przypadku próbek o nominalnym wymiarze 150 mm dokładność na poziomie  $\pm 0,75$  mm. Zalecenia te w przypadku dokładnych badań wydają się być jednak zbyt liberalne.

Przy wyznaczeniu niepewności powierzchni próbek na podstawie pomiarów należy liczyć się z dokładnością suwmiarki. W obliczeniach konieczne jest bowiem uwzględnienie niepewności pochodzącej od wzorcowania przyrządu. W przypadku zwykłych suwmiarek z noniuszem działka elementarna podziałki noniusza  $\Delta_g l$  wynosi 0,05 mm, a suwmiarki elektronicznej może wynosić 0,01 lub 0,1 mm.

W literaturze przedmiotu można znaleźć różne sposoby uwzględniania niepewności pochodzącej od wzorcowania suwmiarki. W analizie statystycznej błędu pomiaru przyjmuje się, że błąd wskazania przyrządu powinien być równy wartości 1 działki elementarnej. Dlatego błąd graniczny suwmiarki zwykłej  $\Delta_g l$  można przyjąć na poziomie 0,15 mm, a suwmiarki elektronicznej – odpowiednio na poziomie 0,03 lub 0,3 mm. Niepewność rozszerzona pomiaru długości boku próbki wynosi wówczas [Lisowski 2011]:

$$U(\bar{l}) = \sqrt{(k u(\bar{l}))^2 + (\Delta_g \bar{l})^2} \quad (1)$$

gdzie:  $k$  – współczynnik rozszerzenia, przyjmowany jako kwantyl dla poziomu ufności około 95% w różnych typach gęstości rozkładów prawdopodobieństwa,

$u(\bar{l})$  – niepewność standardowa złożona wartości średniej mierzonej długości,

$\Delta_g \bar{l}$  – błąd graniczny suwmiarki.

Przy sporządzaniu budżetu niepewności wzorcowania suwmiarki współczynnik rozszerzenia jest kwantylem rozkładu trapezowego, który dla poziomu ufności 95% wynosi  $k = 1,83$  [Dokument EA-4/02, 2001]. W obliczeniach niepewności rozszerzonej, przy małej liczbie pomiarów, można stosować kwantyl rozkładu  $t$ -Studenta (np. przy  $n = 6$ ,  $k = 2,57$ ) lub przy dużej liczbie pomiarów  $n > 20$  (30) – kwantyl rozkładu normalnego (wówczas  $k = 2$ ) [Jaworski i in. 1999].

Zwykle przyjmuje się niepewność odczytu z przyrządu  $\Delta_l \bar{l}$  równą 10 jednostek miejsca rozwinięcia dziesiętnego o najmniejszej wartości. W przypadku przyrządów cyfrowych działka elementarna  $\Delta_d \bar{l}$  jest równa jednostce dekadry wskazującej najmniejszą wartość. Niepewność wzorcowania można więc wyznaczyć na podstawie rozkładu równomiernego za pomocą wzoru (7) podanego przez Sobolewskiego [2012]. Wówczas niepewność rozszerzona będzie przedstawiać się zależnością:

$$U(\bar{l}) = \sqrt{\left(k u(\bar{l})\right)^2 + \left(k \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta_l \bar{l})\right)^2} \quad (2)$$

Przy zastosowaniu zwykłej suwmiarki należy uwzględnić także niepewność eksperymentatora. Eksperymentator sam dokonuje określenia  $\Delta_e \bar{l}$  na podstawie swojego doświadczenia i wiedzy (można przyjąć  $\Delta_e \bar{l} = 2\Delta_d \bar{l}$ ). Niepewność tego rodzaju przedstawia się równaniem (8) podanym przez Sobolewskiego [2012]. Niepewność rozszerzona pomiaru długości suwmiarką zwykłą wyniesie zatem:

$$U(\bar{l}) = \sqrt{\left(k u(\bar{l})\right)^2 + \left(k \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta_d \bar{l})\right)^2 + \left(k \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta_e \bar{l})\right)^2} \quad (3)$$

W suwmiarkach elektronicznych o rozdzielczości 0,1 mm dokładność jest taka sama jak suwmiarek zwykłych, lecz niepewność eksperymentatora w tym przypadku można pominąć. Lepsze są suwmiarki elektroniczne z rozdzielczością do 0,01 mm, gdyż niepewność wzorcowania przy ich zastosowaniu jest o rząd wielkości mniejsza.

Długości boków próbki są niezależne, ale pomiar wykonywany jest za pomocą tego samego przyrządu i operatora. Dlatego pomiar powierzchni próbki na podstawie jej wymiarów jest pomiarem pośrednim skorelowanym o zmiennych niezależnych.

Jeżeli do obliczenia powierzchni użyjemy wymiarów nominalnych próbek, to w celu oszacowania niepewności złożonej najłatwiej jest sporządzić budżet niepewności jak dla pomiarów pośrednich, uwzględniający tolerancje zgodne z normą PN-EN 12390-1. Otrzymamy wówczas oszacowanie niepewności powierzchni docisku z przybliżeniem akceptowalnym na poziomie inżynierskim. Do dokładniejszych analiz lepiej jest wyznaczyć na podstawie jednorazowej serii pomiarów tolerancje na losowo wybranych formach w laboratorium i używać ich do szacowania niepewności lub używać form precyzyjnych. Jednak należy też mieć świadomość tego, że w betonie podczas wiązania zachodzą procesy hydratacji cementu i skurczu. Stąd wymiary próbek w chwili badań mogą różnić się od wymiarów nominalnych już po uwzględnieniu ich tolerancji. Najdokładniejsze wyniki uzyskuje się zatem na podstawie pomiarów.

Niepewność standardową złożoną pola powierzchni próbek sześciennych proponuje się określać z następującego wzoru:

$$u_c(P) = \bar{P} \sqrt{\left(\frac{u(\bar{a})}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{u(\bar{b})}{\bar{b}}\right)^2 + r_{ab} \frac{u(\bar{a})u(\bar{b})}{\bar{P}}} \quad (4)$$

- gdzie:
- $\bar{P}$  – średnia wartość pola powierzchni z próby,
  - $u(\bar{a})$  – niepewność całkowita wartości średniej zmiennej  $a$ ,
  - $u(\bar{b})$  – niepewność całkowita wartości średniej zmiennej  $b$ ,
  - $\bar{a}$  – wartość średnia zmiennej  $a$ ,
  - $\bar{b}$  – wartość średnia zmiennej  $b$ ,
  - $r_{ab}$  – współczynnik korelacji zmiennych  $a$  i  $b$ .

## NIEPEWNOŚĆ POMIARU SIŁY NISZCZĄCEJ

Niepewność rozszerzoną pomiaru siły niszczącej można przyjąć z aktualnego świadectwa wzorcowania maszyny wytrzymałościowej użytej w badaniach. Każdy egzemplarz maszyny, a także różne klasy i różne zakresy pomiarowe siły wykazują różną niepewność. Prasa o większym zakresie pomiarowym siły zwykle wykaże większą niepewność od prasy o mniejszym zakresie dla tego samego przedziału siły. Przyjmując do obliczeń niepewność, należy zwrócić uwagę, aby odpowiadała ona występującemu przedziałowi siły w badaniach. Więcej informacji na temat wzorcowania maszyn wytrzymałościowych i szacowania niepewności pomiaru siłomierzy można znaleźć w pracy Woźniaka [2012].

## OPRACOWANE SPOSOBY SZACOWANIA NIEPEWNOŚCI WYTRZYMAŁOŚCI BETONU NA ŚCISKANIE

Niepewność wytrzymałości betonu na ściskanie składa się z niepewności pomiaru siły i niepewności pomiaru powierzchni przekroju próbki (powierzchni docisku). Proponuje się więc zastosować zasadę superpozycji, szacując niepewność rozszerzoną wytrzymałości betonu ( $f_{cm}$ ). Propozycja szacowania niepewności rozszerzonej wytrzymałości betonu próbek sześciennych ( $f_{cm}$ ) została przedstawiona także w części pierwszej artykułu [Sobolewski 2012 – wzór 11].

## WYNIKI BADAŃ

Badania wytrzymałości betonu na ściskanie wykonane zostały w jednej z wytwórni prefabrykacji na terenie Polski. Badaniom poddano beton zwykły o klasie wytrzymałości C40/50. W produkcji ciągłej betonu wykorzystywane jest kruszywo naturalne złożone z piasku oraz grysu granitowego o frakcjach 2–8 mm oraz 8–16 mm. Stosowany jest cement klasy CEM I 42,5 R. Założone parametry mieszanki betonowej to: wskaźnik

W/C = 0,4 i klasa konsystencji F1. Jako dodatki stosowane są: superplastyfikator i włókna polipropylenowe. Próbki były pielęgnowane zgodnie z normą PN-EN 12390-2. Badania cech mechanicznych betonu przeprowadzono w 28. dniu od zabetonowania. Wymiary powierzchni docisku mierzone były suwmiarką elektroniczną o rozdzielczości 0,1 mm. Do ściskania próbek użyto prasy hydraulicznej o zakresie siły do 2000 kN i rozdzielczości 0,1 kN. Niepewność rozszerzoną siły niszczącej przyjęto z aktualnego świadectwa wzorcowania prasy. W przedziale siły 1200–1500 kN niepewność ta przy współczynniku rozszerzenia  $k = 2$  wynosiła  $U(N) = 0,25\%$ . Wyniki badań zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki badań wytrzymałości betonu na ściskanie

Table 1. Results of the strength of concrete

Miara Parameter	Cecha Property	Powierzchnia docisku Specimen area [m <sup>2</sup> ]	Siła niszcząca Destruction force [MN]	Wytrzymałość Concrete strength [MPa]
Liczba pomiarów, $n$ Number of tests, $n$		30	30	30
Minimum		0,022400	1,2086	53,717
Maximum		0,022640	1,4942	66,407
Średnia Average		0,02250	1,3485	59,935
Odchylenie standardowe, $s_n$ Standard deviation, $s_n$		0,00006	0,0668	2,969
Współczynnik zmienności, $v$ Variation coefficient, $v$		0,00275	0	0,050

## OPRACOWANE PROCEDURY SZACOWANIA NIEPEWNOŚCI POMIARU $f_{cm}$

### Wariant 1

W wariantcie tym przyjęto założenie, że niepewność wytrzymałości betonu wyznacza się jako sumę niepewności pola docisku i niepewności pomiaru siły. Posłużono się wymiarami nominalnymi próbek przy określeniu powierzchni docisku. Założono przekrój próbek  $150 \times 150$  mm. Równanie pomiaru powierzchni docisku, zawierające elementy składowe, przedstawia się następująco:

$$\bar{P} = \bar{a} \times \bar{b} \quad (5)$$

gdzie:  $\bar{P}$  – średnia powierzchnia docisku [mm<sup>2</sup>],

$\bar{a}$  – średni wymiar nominalny boku próbki w kierunku  $a$  [mm],

$\bar{b}$  – średni wymiar nominalny boku próbki w kierunku  $b$  [mm].

Równanie (5) pomiaru powierzchni docisku przyjmuje więc następującą postać niepewności:

$$u^2(\bar{P}) = u^2(\bar{a}) + u^2(\delta\bar{a}) + u^2(\bar{b}) + u^2(\delta\bar{b}) \quad (6)$$

gdzie:  $u(\bar{a})$  – niepewność wyznaczenia wymiaru  $a$ ,  
 $u(\bar{b})$  – niepewność wyznaczenia wymiaru  $b$ ,  
 $u(\delta\bar{a})$  – niepewność wzorcowania zastosowana do wyznaczenia wymiaru  $a$ ,  
 $u(\delta\bar{b})$  – niepewność wzorcowania zastosowana do wyznaczenia wymiaru  $b$ .

W celu oszacowania niepewności składników pola docisku wyznaczono odchyłki względem wymiarów nominalnych w obu prostopadłych kierunkach  $a$  i  $b$ . Odchyłki te posłużyły do obliczenia niepewności standardowej typu A. Wyniki obliczeń niepewności składowych wymiarów próbek w obu kierunkach zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki obliczeń niepewności na podstawie odchyłek od wymiarów nominalnych próbek  
 Table 2. Results of the uncertainty calculated on the basis nominal dimensions of the samples

Miara Parameter	Cecha Property	Odchyłka Deviation $a$ [mm]	Odchyłka Deviation $b$ [mm]	Kwadrat odchylenia Deviation square $a$ [mm <sup>2</sup> ]	Kwadrat odchylenia Deviation square $b$ [mm <sup>2</sup> ]
Liczba pomiarów, $n$ Number of tests, $n$		30	30	30	30
Minimum		-0,6	-0,5	0	0,01
Maximum		0,6	0,4	0,36	0,25
Średnia Average		0,1	$2 \cdot 10^{-15}$	0,09	0,06
Suma Sum		1,7	$-5,7 \cdot 10^{-14}$	2,77	1,70
Odchylenie standardowe, $s_n$ Standard deviation, $s_n$		0,3	0,2	–	–
Niepewność standardowa, $u(a, b)$ Standard uncertainty, $u(a, b)$		0,06	0,04	–	–

W dalszym etapie sporządzono budżet niepewności pola docisku, który zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 3. Budżet niepewności pola docisku  
 Table 3. Uncertainty budget of area clamp (specimen)

Symbol wielkości Quantity symbol	Estymata wielkości Quantity estimator	Niepewność standardowa Standard uncertainty	Rozkład prawdopodobieństwa Probability distribution	Współczynnik wrażliwości Coverage factor	Udział w złożonej niepewności Participation in combined standard uncertainty
A	150 mm	0,06	normalny	150	9 mm <sup>2</sup>
B	150 mm	0,04	normalny	150	6 mm <sup>2</sup>
δA	0 mm	0,58	prostokątny	150	87 mm <sup>2</sup>
δB	0 mm	0,58	prostokątny	150	87 mm <sup>2</sup>
P	22 500 mm <sup>2</sup>	×	×	niepewność uncertainty	124 mm <sup>2</sup>

Niepewność rozszerzona powierzchni docisku przy współczynniku rozszerzenia  $k = 2$  wynosi:

$$U(P) = k \cdot u_c(P) = 2 \cdot 124 \text{ mm}^2 = 248 \text{ mm}^2$$

Ostateczny wynik pomiaru powierzchni docisku wynosi:

$$P = (22\,500,00 \pm 248) \text{ mm}^2$$

Uzyskaną niepewność rozszerzoną możemy przedstawić jako  $U(P) = 1,10\%$ . Uwzględniając dodatkowo niepewność rozszerzoną pomiaru siły, otrzymujemy niepewność wytrzymałości betonu  $f_{cm}$ :

$$U(f_{cm}) = [U^2(P) + U^2(F)]^{1/2} = [0,011^2 + 0,0025^2]^{1/2} = 0,0113, \text{ czyli } U(f_{cm}) = 1,13\%$$

Ostateczny wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm} = (59,935 \pm 0,677) \text{ MPa}$$

## Wariant 2

Druga procedura bazuje na wykorzystaniu wzoru (4) do wyznaczenia niepewności pola docisku. W obliczeniach uwzględniono pomierzone wymiary próbek poddanych badaniu wytrzymałości. Wyniki pomiarów i obliczenia niepewności zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Wyniki obliczeń niepewności na podstawie wymiarów próbek  
 Table 4. Results of the uncertainty calculated on the basis dimensions of the samples

Miara Parameter	Cecha Property	Wymiar Dimension <i>a</i> [mm]	Wymiar Dimension <i>b</i> [mm]
Liczba pomiarów, <i>n</i> number of tests, <i>n</i>		30	30
Minimum		149,4	149,5
Maximum		150,6	150,4
Średnia Average		150,1	150,0
Odchylenie standardowe, <i>s</i> Standard deviation, <i>s</i>		0,3	0,2
Niepewność standardowa, <i>u(a, b)</i> Standard uncertainty <i>u(a, b)</i>		0,05	0,04
Niepewność wzorcowania Calibration uncertainty		0,58	0,58
Niepewność całkowita Total uncertainty		0,58	0,58

Niepewność złożoną pola docisku obliczamy zgodnie ze wzorem (4):

$$u_c(P) = 22\,509 \sqrt{\left(\frac{0,58}{150,1}\right)^2 + \left(\frac{0,58}{150,0}\right)^2} + 0,1688 \cdot \frac{0,58 \cdot 0,58}{22\,509} = 128 \text{ mm}^2$$

Niepewność rozszerzona pola docisku wynosi zatem:

$$U(P) = k \cdot u_c(P) = 2 \cdot 128 \text{ mm}^2 = 256 \text{ mm}^2$$

Ostateczny wynik pomiaru powierzchni docisku wynosi:

$$P = (22\,509,00 \pm 256) \text{ mm}^2$$

Uzyskaną niepewność rozszerzoną możemy zapisać jako  $U(P) = 1,14\%$ . Uwzględniając dodatkowo niepewność rozszerzoną pomiaru siły, otrzymujemy niepewność wytrzymałości betonu  $f_{cm}$ :

$$U(f_{cm}) = [U^2(P) + U^2(F)]^{1/2} = [0,0114^2 + 0,0025^2]^{1/2} = 0,0117, \text{ czyli } U(f_{cm}) = 1,17\%$$

Ostateczny wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm} = (59,935 \pm 0,701) \text{ MPa}$$



**Wariant 3**

Niepewność rozszerzoną wytrzymałości  $f_{cm}$  bezpośrednio szacujemy ze wzoru (11) podanego w pracy Sobolewskiego [2012]:

$$U(f_{cm}) = 59,935 \sqrt{\left(\frac{0,0034}{1,3485}\right)^2 + \left(\frac{0,000256}{0,022509}\right)^2} - 0,0014 \cdot \frac{0,0034 \cdot 0,000256}{1,3485 \cdot 0,022509} =$$

$$= 0,698 \text{ MPa}$$

Ostateczny wynik pomiaru wytrzymałości betonu wynosi:

$$f_{cm} = (59,935 \pm 0,698) \text{ MPa}$$

**ESTYMACJA STATYSTYCZNA WYNIKÓW BADAŃ – OCENA ZGODNOŚCI**

Estymacja przedziałowa wartości średniej wytrzymałości betonu w tradycyjnym ujęciu przy poziomie ufności 95% i  $n = 30$  jest następująca [Brunarski 1970, 1998, 2003, Czarnecki i in. 2004]:

$$f_{cm} \pm k_n \frac{s_n}{\sqrt{n}} = 59,935 \pm 2,04 \cdot \frac{2,969}{\sqrt{30}} = 59,935 \pm 0,542 \text{ MPa}$$

Wytrzymałość gwarantowana ( $f_{c,cube}^G$ ) betonu danej klasy, obecnie wytrzymałość charakterystyczna, jest kwantylem rozkładu wytrzymałości na ściskanie rzędu 0,05 [Nagrodzka-Godycka 1999, Brunarski 2003, Czarnecki i in. 2004, Jamróży 2005, Drobiec i in. 2010]. W analizowanym przypadku dla  $n > 15$  wynosi ona:

$$f_{c,cube}^G = f_{cm} - k_n \cdot s_n = 59,935 - 1,64 \cdot 2,969 = 55,066 \text{ MPa}$$

Według kryterium zgodności betonu zawartym w normie PN- 88/B-06250 otrzymamy:

$$f_{cm} = 59,935 \text{ MPa} > f_{ck} + k_n \cdot s_n = 50,0 + 1,64 \cdot 2,969 = 54,869 \text{ MPa}$$

Z normy PN-EN 206-1:2003 wynika, że:

$$f_{cm} = 59,935 \text{ MPa} > f_{ck} + k_n \cdot s_n = 50,0 + 1,48 \cdot 2,969 = 54,394 \text{ MPa}$$

$$f_{ci,min} = 53,717 \text{ MPa} > f_{ck} - 4 = 50,0 - 4 = 46,0 \text{ MPa}$$

Kryterium zgodności przyjęte w EN 1990-1:2000:

$$f_{cm} = 59,935 \text{ MPa} > f_{ck} + k_n \cdot s_n = 50,0 + 1,82 \cdot 2,969 = 55,404 \text{ MPa}$$

Ocena zgodności betonu została potwierdzona we wszystkich przypadkach. Uzyskana wytrzymałość gwarantowana (charakterystyczna) na ściskanie betonu pozwala zaklasyfikować badany materiał do założonej klasy wytrzymałości C40/50. Nie jest możliwe zaklasyfikowanie badanego betonu do wyższej klasy na podstawie wytrzymałości gwarantowanej ( $f_{c,cube}^G$ ) obciążonej niepewnością wynikającą z wyznaczenia wartości średniej wytrzymałości ( $f_{cm}$ ).

## PODSUMOWANIE

W związku ze zmianą podejścia w dziedzinie opracowania wyniku pomiaru we współczesnej metrologii istnieje potrzeba szacowania niepewności cech użytkowych betonu według współczesnych standardów. Powszechnie stosowane kryteria zgodności według różnych metod dają różne wyniki, zwłaszcza przy małej liczbie wyników ( $n < 15$ ). Fakt odmiennego szacowania zgodności, a więc również zapewnienia niezawodności i bezpieczeństwa w różnych normach – i to w odniesieniu do różnych materiałów konstrukcyjnych – należy ocenić negatywnie. Jest to wyzwanie, którego podjęcie staje przed normalizacją europejską [Czarnecki i in. 2004]. Wprowadzone przez PN-EN 12390-3:2001 wymaganie zaokrąglenia wartości wytrzymałości betonu na ściskanie do 0,5 MPa, wobec dotychczas obowiązującego zaokrąglenia z dokładnością do 0,1 MPa, również świadczy o niedoskonałych kryteriach oceny wytrzymałości betonu na ściskanie. Teoria niepewności pozwala ocenić średnią wytrzymałość betonu z większą dokładnością. Szacowanie niepewności w badaniach wytrzymałościowych betonu możliwe jest na kilka sposobów. We wszystkich prezentowanych wariantach uzyskano spójne wyniki. Estymacja niepewności jest zagadnieniem złożonym, gdyż na wynik niepewności rozszerzonej wpływa kilka jej składników.

Uzyskiwana niepewność wyniku końcowego uzależniona jest przede wszystkim od dokładności stosowanych urządzeń pomiarowych, tzn. klasy maszyny wytrzymałościowej i rozdzielczości suwmiarki. Niepewność powierzchni docisku 1,10–1,14% znacznie przewyższa niepewność siły niszczącej równej 0,25%, dając niepewność rozszerzoną wytrzymałości ( $f_{cm}$ ) na poziomie 1,13–1,17%. W przypadku zastosowania suwmiarki zwykłej, o dokładności 1,0 mm, uzyskalibyśmy przedział rozszerzenia dla wartości średniej wytrzymałości betonu jeszcze większy. W celu uzyskania bardziej dokładnych rezultatów należałoby zastosować suwmiarkę elektroniczną o rozdzielczości 0,01 mm. Wówczas w analizowanym przypadku niepewność złożona powierzchni docisku wyniesie 0,11%, a niepewność rozszerzona wytrzymałości  $f_{cm}$  – jedynie 0,28%. Otrzymalibyśmy wynik w postaci:

$$f_{cm} = (59,935 \pm 0,168) \text{ MPa}$$

Na podstawie tradycyjnej analizy statystycznej wyników badań otrzymuje się optymistyczną ocenę wyniku (mniejszy przedział ufności względem przedziału rozszerzenia z teorii niepewności) przy rozdzielczości suwmiarki 0,1 mm. Pesymistyczną ocenę wyniku

(większy przedział ufności względem przedziału rozszerzenia) uzyskuje się przy zastosowaniu suwmiarki o rozdzielczości 0,01 mm. Sposób ten wydaje się być mniej odpowiedni do badań wytrzymałościowych, gdyż nie ujmuje w pełni sensu badania złożonego z pomiaru siły niszczącej oraz pomiaru powierzchni docisku. Przedstawione sposoby określenia niepewności pomiaru mogą z powodzeniem być wdrożone do praktyki. Uaktualnienie procedur oceny wyników pomiarów do obecnych wymogów wynikających z współczesnej metrologii jest uzasadnione i pozwala zachować porównywalność wyników uzyskiwanych w różnych laboratoriach na wyższym poziomie.

## PIŚMIENNICTWO

- Brunarski L., 1970. Podstawy statystycznej analizy wyników badań (49–96). Ogólne wiadomości o statystycznej kontroli jakości betonu (97–110). W: Budownictwo betonowe. T. VIII. Badanie materiałów, elementów i konstrukcji. Wydawnictwo Arkady, Warszawa.
- Brunarski L., 1998. Badania cech mechanicznych betonu na próbkach wykonywanych w formach. Instrukcja 194/98 ITB, Warszawa.
- Brunarski L., 2003. Kryteria zgodności wg PN-EN206-1:2003. Beton w praktyce. Komentarze do normy PN-EN 206-1. Polski Cement, Kraków.
- Czarnecki L. i in., 2004. Beton według normy PN-EN 206-1 – komentarz. Polski Cement, Kraków.
- Dokument EA-4/02, 2001. Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu. Europejska współpraca w dziedzinie akredytacji. GUM, Warszawa.
- Drobiec Ł., Jasiński R., Piekarczyk A., 2010. Diagnostyka konstrukcji żelbetowych. Metodologia, badania polowe, badania laboratoryjne betonu i stali. T. 1. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- EN 1990-1:2000 Eurocode 1. Part 1: Basis of design.
- Jamroży Z., 2005. Beton i jego technologie. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Jaworski J. i in., 1999. Wyrażanie niepewności w pomiarach. Przewodnik. GUM, Warszawa.
- Lisowski M., 2011. Metody przybliżone obliczania niepewności pomiarów pośrednich. Niepewność pomiaru w teorii i praktyce. GUM, Warszawa.
- Nagrodzka-Godycka K., 1999. Badanie właściwości betonu i żelbetu w warunkach laboratoryjnych. Arkady, Warszawa.
- PN- 88/B-06250 Beton zwykły.
- PN-EN 206-1:2003 Beton – Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność.
- PN-EN 12390-1:2001 Badania betonu. Część 1: Kształt, wymiary i inne wymagania dotyczące próbek do badania i form.
- PN-EN 12390-1:2001 Badania betonu. Część 2: Wykonanie i pielęgnacja próbek do badań wytrzymałościowych.
- PN-EN 12390-1:2001 Badania betonu. Część 3: Wytrzymałość na ściskanie próbek do badania.
- PN-EN 12390-1:2001 Badania betonu. Część 4: Wytrzymałość na ściskanie. Wymagania dla maszyn wytrzymałościowych.
- Sobolewski M., 2012. Niepewność wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskiwana na próbkach sześciennych. *Acta Scientiarum Polonorum, Architectura* 11 (1), 39–48.
- Szydłowski H., 2001. Niepewności w pomiarach. Międzynarodowe standardy w praktyce. Wydaw. Naukowe UAM, Poznań.
- Woźniak M., 2012. Wzorcowanie siłomierzy i przetworników siły. *Metrologia. Biuletyn Głównego Urzędu Miar* 1, 7, 13–20.

## ESTIMATION OF UNCERTAINTY OF STRENGTH FOR CUBICAL SAMPLES CONCRETE

**Abstract.** In constructional practice there is a must to verify: strength of designed concrete, quality control of industrial produced concrete and quality control of prefabricated elements during production. The next topic is estimation of strength concrete used in structure diagnostics. Evaluation of measurement result coming from contemporary metrology is another than in traditional statistical analysis. The theory of uncertainty applied now is based on probabilistic estimation sources of uncertainty related to investigation of measurand. This paper contains an analysis of calculation procedure for uncertainty of results and medium strength for cubical samples concrete. The results of laboratory strength  $f_{cm}$  and their uncertainty are presented. Expression of uncertainty in measurements gives possibility to compare test results obtained from different laboratory on the higher level.

**Key words:** strength of concrete, uncertainty of result, estimation of strength, criteria of conformity, class of concrete, class of strength

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 7.01.2013